

TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

Ambiti disciplinari: Geometria; Grandezze e misure.



Individuare simmetrie, traslazioni, rotazioni, ingrandimenti, riduzioni e deformazioni in contesti reali.
Saper applicare semplici trasformazioni geometriche a figure del piano e dello spazio.
Riconoscere e riprodurre nelle opere d'arte trasformazioni geometriche.



Orientamento in generale; poliedri; figure del piano in generale; trasformazioni geometriche in generale; lunghezza in generale; ampiezza degli angoli in generale.

In questa pratica didattica sono proposte alcune attività sulle principali trasformazioni geometriche (simmetrie, traslazioni, rotazioni, omotetie e similitudini, deformazioni) rivolte ai cinque anni della scuola elementare. Le attività sono presentate in modo graduale, dalle più semplici e intuitive a quelle più complesse e sfidanti e sono solitamente ancorate alla realtà, propo-

nendo di partire dall'osservazione dell'ambiente circostante per individuare le principali trasformazioni geometriche. Inoltre, le attività vertono sull'utilizzo di artefatti e supporti concreti, come strumenti di disegno, specchi, carta da piegare, griglie quadrettate, carta isometrica, in modo da favorire un approccio laboratoriale.

SIMMETRIE



Simmetria nel corpo umano e nel volto

Inizialmente si può chiedere di esplorare il proprio corpo alla ricerca di simmetrie. Disponendo un nastro adesivo in corrispondenza dell'asse di simmetria del corpo, si analizza le due parti che si creano.

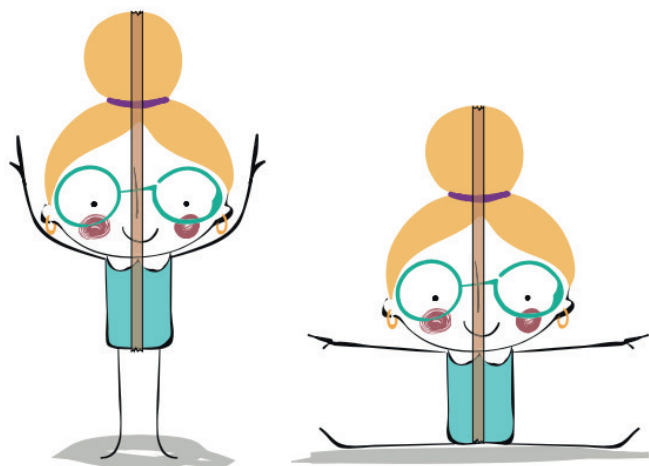
A questo punto si possono elencare le parti del corpo che sono presenti a coppie (due braccia, due gambe, due occhi, due orecchie, due mani, due piedi) e quelle che sono divise dall'asse (la testa, la fronte, il naso,



la bocca, l'ombelico ecc.).

Si chiede poi di disporre le due parti del corpo in modo da assumere posizioni simmetriche: non basta infatti avere due braccia, due gambe, due occhi per disporli in modo simmetrico. Anche la bocca, pur essendo una, può essere storta da una sola parte e risultare non simmetrica. L'intento è di disporre la parte destra e la parte sinistra del corpo come se ci fosse uno specchio in mezzo, lungo questa linea immaginaria che rappresenta l'asse di simmetria. La stessa attività può essere svolta anche stendendo un nastro colorato per terra e chiedendo ai bambini di posizionarsi e poi di muoversi in modo che quello che è destra del nastro sia uguale a quello che è a sinistra, sia come forma sia come distanza dall'asse.





Si passa poi ad analizzare il volto in modo più approfondito. Il docente distribuisce la foto di un volto di un personaggio conosciuto oppure di un allievo e chiede di identificare l'asse che divide il volto in due parti simmetriche, osservando bene la parte destra e la parte sinistra. Sono perlopiù uguali, tuttavia si possono anche osservare alcune piccole differenze (nei, lentiggini, taglio dei capelli ecc.).

Per evidenziare queste piccole differenze si possono anche mostrare tre immagini di un volto: una originale e le altre due ottenute tramite la simmetria assiale. Per ottenere queste ultime due si considera metà volto, ad esempio la parte sinistra, e si ottiene l'intero volto ricavando dapprima il simmetrico della parte considerata per poi assemblare le due parti insieme. Si noterà che i volti realizzati con due parti sinistre e con due parti destre sono diversi tra loro e diversi anche dal volto originale. Questo succede perché il nostro volto (e anche il nostro corpo) non è perfettamente simmetrico, ma ha delle piccole imperfezioni che lo rendono unico. Per ottenere queste immagini, si può utilizzare un programma di grafica oppure prendere alcuni esempi proposti in rete. I bambini saranno molto divertiti da questa originale proposta.

Per proporre attività significative sulle simmetrie nel corpo umano si suggerisce l'utilizzo delle schede per l'allievo "Simmetrie nel corpo" e "Simmetria del volto".



Specchio riflesso

Giocando ancora con il corpo è possibile proporre ai bambini di guardarsi riflessi in uno specchio, osservando in modo attento cosa succede alla parte riflessa mentre muovono qualche parte del corpo. È un'operazione che sono abituati

a fare quotidianamente, ma ora si chiede loro di riflettere su quello che accade da un punto di vista matematico, considerando quindi la trasformazione geometrica chiamata simmetria. È interessante guidare questo momento esplorativo con alcune domande: "Cosa succede alla vostra immagine riflessa se alzate il braccio destro?", "Anche il vostro riflesso alza il braccio destro?", "Cosa succede alla vostra immagine riflessa se fate un passo in avanti? E due passi indietro?".



Dopodiché si può eliminare il supporto concreto dello specchio e chiedere agli allievi di dividersi a coppie e posizionarsi simmetricamente l'uno rispetto all'altro, immaginando di avere uno specchio tra loro.

A coppie i bambini cercano di imitare il compagno disponendosi in modo simmetrico rispetto a lui; uno di loro ricopre quindi il ruolo del riflesso dell'altro. Questa attività può essere resa ancora più interessante ponendo una linea di nastro adesivo per terra a indicare la posizione dello specchio.

Al movimento di un bambino deve corrispondere il movimento del compagno in modo da rispettare la simmetria. Attenzione in questo caso: se un allievo muove il braccio destro, il compagno dovrà muovere allo stesso modo il braccio sinistro per essere simmetrici!





Caccia alle simmetrie attorno a noi

È possibile individuare la matematica nel mondo che ci circonda, andando a caccia di elementi e proprietà geometriche a scuola o nei suoi dintorni (per un approfondimento si vedano le pratiche didattiche “Alla scoperta dei poligoni”, “Figure nel mondo reale” e “Divertiamoci con i solidi nel primo ciclo”).

Per quanto riguarda la simmetria, basta guardarsi attorno per capire che è ben presente negli oggetti, nelle costruzioni e nella natura. I bambini possono munirsi di binocoli realizzati con materiale da bricolage, attraverso i quali osservare la realtà alla ricerca di questa trasformazione. L'attività può essere svolta individualmente, a piccoli gruppi oppure tutti insieme tramite una “passeggiata a caccia di simmetrie”.

Una volta individuate le simmetrie è possibile scattare delle foto, eventualmente con l'ausilio del docente. Le immagini raccolte possono quindi essere utilizzate in classe per svolgere svariate attività: inizialmente si possono contrassegnare gli assi di simmetria con pennarelli o matite colorate, eventualmente aiutandosi con degli specchietti per verificare la presenza o meno di simmetrie. In caso di piccole imprecisioni che rendono la simmetria imperfetta, è possibile correggere le foto aggiungendo o cancellando elementi, alla ricerca del maggior grado possibile di correttezza. Le immagini possono quindi essere classificate in vari modi, per esempio a seconda del numero di assi di simmetria che presentano. Si possono ad esempio osservare immagini in cui è possibile individuare un solo asse di simmetria:



oppure due o più assi di simmetria come in questi casi:



Negli edifici, nelle bandiere, negli oggetti, sono innumerevoli gli spunti che i bambini possono trarre osservando la realtà attraverso gli occhiali della matematica.

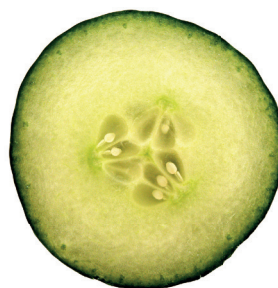
Le attività descritte in precedenza possono essere svolte anche con il supporto delle schede per l'allievo “L'asse di simmetria” e “Simmetrie dappertutto”.



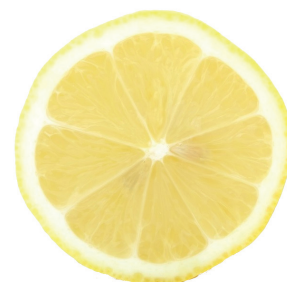
Simmetrie in natura

La ricerca di simmetrie può essere anche mirata a un particolare ambito. Ad esempio, tra i frutti, la verdura e i fiori è possibile individuare elementi che presentano uno o più assi di simmetria. Si pensi per esempio alle sezioni di limoni o cetrioli. Si può chiedere agli allievi di osservarle e di provare a identificare gli assi di simmetria in questi elementi. Con l'aiuto di uno specchio posizionato in modo opportuno possono quindi verificare le proprie ipotesi.

CETRIOLO



LIMONE



In generale si può chiedere agli allievi di ricercare tra fiori, foglie, frutti e verdure elementi simmetrici, scattare una foto e portarla in classe per condividerla con i compagni. Si può poi proporre una classificazione per numero di assi.

Collegata con questa attività è la scheda “Simmetrie in natura”.



Simmetrie con gli specchi

Gli specchi sono strumenti molto efficaci per individuare o verificare simmetrie. Si possono procurare specchi veri, oppure costruirli utilizzando del cartoncino sul quale attaccare da entrambe le parti della carta adesiva specchiante. Risulta anche utile realizzare dei supporti per tenere fermi gli specchi. Con questo materiale risulta molto interessante realizzare anche uno specchio di grandi dimensioni per vedere tutto il corpo



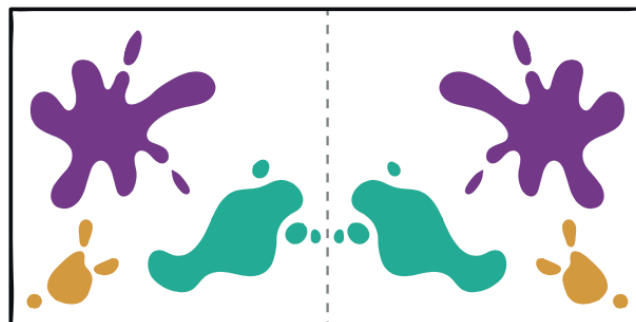
e verificare che abbiamo un asse di simmetria. Gli specchi possono essere utilizzati in vari modi: per verificare la presenza di assi di simmetria, come supporto per visualizzare il risultato auspicato quando si chiede di completare alcune simmetrie o in altri modi descritti nelle proposte seguenti.



Biglietti simmetrici

Anche la realizzazione di particolari biglietti di auguri legati a varie festività (Natale, festa della mamma, festa del papà ecc.) può essere l'occasione per riflettere sulla simmetria. Una possibile modalità è quella di proporre agli allievi di prendere un cartoncino rettangolare e di piegarlo a metà lungo un suo asse di simmetria. A questo punto possono riaprire il biglietto e fare un semplice disegno su una parte utilizzando colori a tempera o acrilici. È importante che l'altra parte venga lasciata pulita, perché una volta terminato il disegno (prima che il colore si secchi) si dovrà piegare il cartoncino lungo l'asse di simmetria precedentemente scelto per "stampare" l'immagine di partenza in modo simmetrico sulla parte vuota del biglietto. In questo semplice modo gli allievi sperimentano la simmetria e osservano

che le due rappresentazioni sono una la copia simmetrica dell'altra.



Dopo alcune prove qualche bambino potrebbe anche proporre disegni che dopo la piegatura del biglietto si completano per realizzare un unico soggetto, come ad esempio un cuore o un volto che sorride.



L'insegnante può anche stimolare questo utilizzo della trasformazione mostrando soggetti completi e chiedendo agli allievi di disegnare una sola parte che con la piegatura porta al completamento della figura, come proposto nella scheda "Biglietti simmetrici".

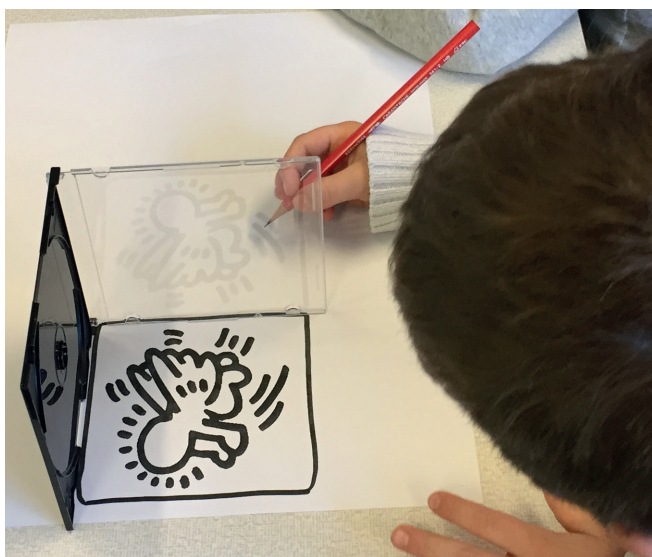


Simmetrie con le custodie dei CD

Per questa attività servono alcune custodie dei CD vuote senza copertina, meglio se una per allievo. L'insegnante consegna immagini in bianco e nero di personaggi a proprio piacere. L'immagine deve indicativamente avere le stesse dimensioni della custodia, quindi circa 12 cm x 12 cm; inoltre, i contorni neri dell'immagine devono essere ben marcati in modo da essere visibili attraverso la plastica trasparente della custodia. Per questa attività, ad esempio sono molto adatti i personaggi creati da Keith Haring, perché hanno i contorni marcati, sono semplici da essere riprodotti e risultano divertenti per i bambini. Si stampa dunque l'immagine scelta sulla parte sinistra di un foglio A3, stando attenti che rimanga spazio sufficiente per disegnare quella simmetrica sulla destra (per gli allievi mancini bisogna invece procedere al contrario, stampando l'im-



immagine sulla destra e lasciando lo spazio libero a sinistra). Ogni bambino riceve poi una matita, una gomma e una custodia per CD in plastica trasparente. Il compito è semplice ma l'effetto è sorprendente! L'allievo deve posizionare la custodia in modo che la parte trasparente rappresenti l'asse di simmetria. Osservando attraverso la custodia trasparente ci si può rendere conto che è possibile vedere l'immagine del personaggio riflessa, come se fosse un'illusione ottica che la fa percepire proiettata sulla parte bianca del foglio. Il bambino può quindi ricalcare sul foglio quello che è riflesso sulla custodia, realizzando così una riproduzione simmetrica del disegno originale.



Questa attività può essere accompagnata dall'utilizzo della scheda "Simmetrie e CD". Per un approfondimento si suggerisce invece di consultare la pratica didattica "Matematica e arte nel primo ciclo".



Simmetrie di lettere e numeri con il corpo

Dopo aver verificato la presenza di simmetrie nelle lettere e nei numeri e averli classificati in simmetrici e non simmetrici anche con l'ausilio dello specchio, se ne scelgono alcuni per riprodurli a terra con il proprio corpo. Con l'aiuto del docente si possono scattare delle fotografie dall'alto e, dopo averle stampate, si può verificare la simmetria delle lettere e dei numeri rappresentati con il corpo.



Giochi di simmetria in classe

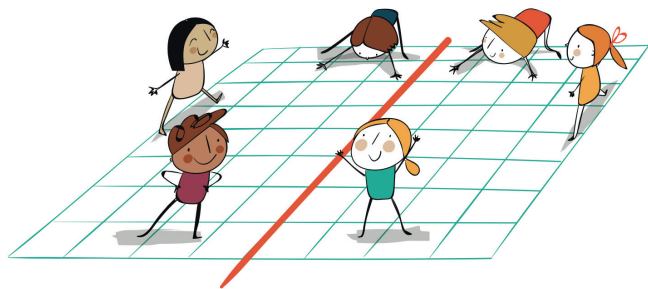
Si propone un'attività a coppie fra vicini di banco utilizzando oggetti di uso quotidiano. Se in aula sono presenti banchi singoli, questi possono essere accostati facendo combaciare due lati, se sono presenti banchi doppi si può applicare del nastro adesivo di carta a metà, in modo da indicare l'asse di simmetria. A questo punto i due allievi devono scegliere insieme alcuni oggetti che possiedono entrambi, e che siano uguali o il più possibile simili (per esempio due colle, quattro matite colorate, due paia di forbici ecc.). Il gioco può quindi iniziare: un allievo dispone sul proprio banco (o sulla propria metà banco) gli oggetti. Quando ha finito lo dice al compagno, che deve disporre i propri oggetti simmetricamente sul proprio banco (o sulla propria metà banco). Quando pensa di aver concluso, si procede insieme con la verifica. Anche in questo caso sarà difficile che la simmetria risulti sempre perfettamente rispettata: è un'occasione per mettere in evidenza eventuali piccole incongruenze o imprecisioni. La quantità, la tipologia e la disposizione degli oggetti sui banchi possono rendere il gioco più o meno complesso. I ruoli possono poi invertirsi.





Twister simmetrico

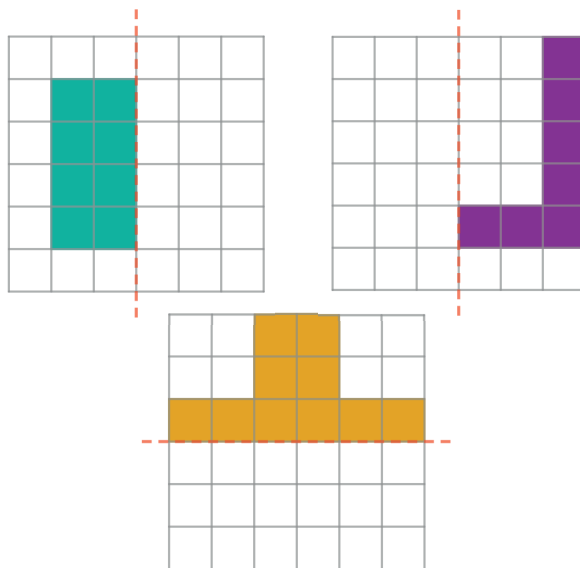
Un'attività analoga alla precedente è il gioco del "Twister simmetrico" (descritto in maniera approfondita nell'omonimo gioco MaMa, anche grazie all'aiuto di allegati), che può svolgersi in uno spazio grande come la palestra o i corridoi della scuola e in cui si sfidano due squadre di allievi. Sul pavimento l'insegnante predispone una griglia con del nastro adesivo di carta, se non è già presente nella pavimentazione. Viene inoltre evidenziato l'asse di simmetria rispetto al quale si vuole giocare. I giocatori della prima squadra si dispongono sul campo da gioco, tutti dalla stessa parte rispetto all'asse di simmetria, ognuno con i piedi su due quadrati della griglia. Dopodiché i componenti della seconda squadra si devono disporre dall'altra parte del campo da gioco. Dopo aver osservato l'asse di simmetria colorato, ogni giocatore deve posizionarsi con i piedi nei quadrati in modo da risultare simmetrici rispetto ai piedi di uno degli avversari già posizionato nel campo.



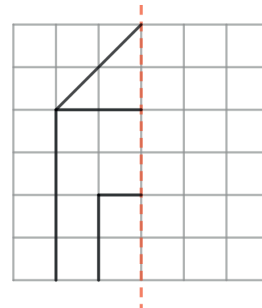
Simmetrie sulle griglie

Nelle proposte precedenti gli allievi hanno riprodotto delle simmetrie attraverso la stampa o il disegno spontaneo su fogli bianchi. È però anche possibile fornire delle griglie che possono guidare la rappresentazione simmetrica: a dipendenza del tipo di immagine da riprodurre e del posizionamento dell'asse di simmetria rispetto alla griglia, il compito può risultare molto semplice o molto complesso.

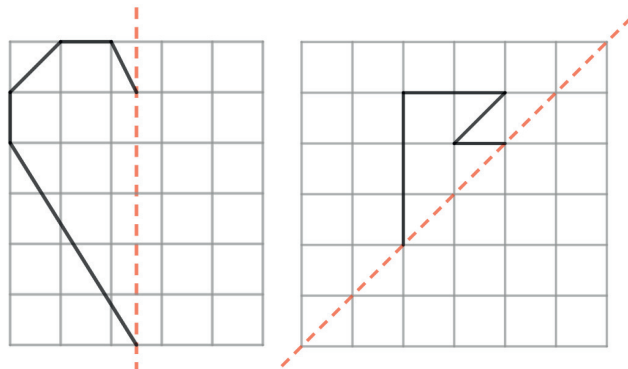
Per iniziare si consiglia di proporre alcune figure disegnate su griglia, chiedendo di replicarle in modo simmetrico rispetto a un asse prestabilito, inizialmente disposto orizzontale o verticale rispetto al punto di vista dell'allievo. Con i più piccoli può essere utile partire da disegni a pixel colorati su griglia, dando il compito di replicarli nella parte vuota del foglio colorando opportunamente i quadretti simmetrici.



Si possono poi proporre dei disegni su griglia formati da segmenti, chiedendo di completare la parte mancante in modo simmetrico. Il compito diventa più complesso rispetto al precedente, in quanto gli allievi non devono solo riflettere su quale quadrato è necessario colorare, ma devono operare con dei segmenti considerando la loro lunghezza, la loro direzione ecc.



Per complicare ancora di più la richiesta si possono proporre immagini da completare rispetto ad assi non coincidenti con le linee della griglia, ma ad essi paralleli, o rispetto ad assi non paralleli alle linee della griglia. A dipendenza del tipo di soggetto e della sua posizione il compito può diventare anche piuttosto complesso. È poi possibile invitare gli allievi a verificare il proprio lavoro piegando il foglio lungo l'asse di simmetria oppure utilizzando uno specchio.



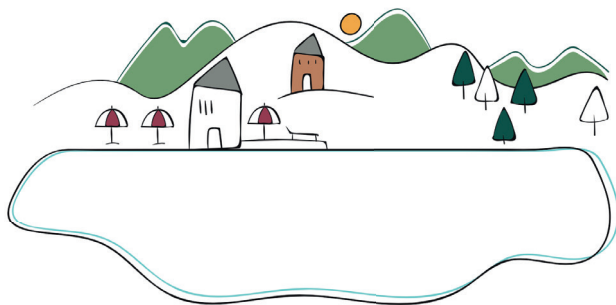


Simmetrie da disegnare

Una volta che gli allievi avranno acquisito una certa dimestichezza con le simmetrie attraverso attività come quelle descritte in precedenza, è possibile proporre attività di disegno più libere legate a questa trasformazione geometrica.



GIOVANNA STA TRASCORRENDO LE VACANZE ESTIVE IN MONTAGNA. GUARDANDO FUORI DALLA FINESTRA NOTA CHE TUTTO IL PAESAGGIO SI SPECCHIA IN UN LAGHETTO CREANDO UN BELLISSIMO EFFETTO! DISEGNA TU IL RIFLESSO DEL PAESAGGIO SULL'ACQUA DEL LAGHETTO. SE NE HAI BISOGNO, PUOI AIUTARTI CON UNO SPECCHIO.



In questo senso l'insegnante può proporre dei disegni completati a metà, con la richiesta di disegnare la parte mancante in modo simmetrico. Un classico esempio è quello della montagna che si specchia nel lago, come mostrato nella scheda "Simmetrie in montagna", ma per questo tipo di compito si prestano bene anche altri soggetti come quelli visti nelle proposte dei biglietti simmetrici o della caccia alla simmetria.

A dipendenza delle competenze degli allievi e del tipo di disegno da riprodurre, svolgere questa attività può risultare più o meno complesso. È importante fornire strumenti e aiuti, come degli specchi da utilizzare per verificare la correttezza del lavoro, oppure fornire il suggerimento di piegare il foglio in modo opportuno così da verificare se le due parti del disegno coincidono punto per punto, analogamente a quanto osservato nella precedente proposta "Biglietti simmetrici".

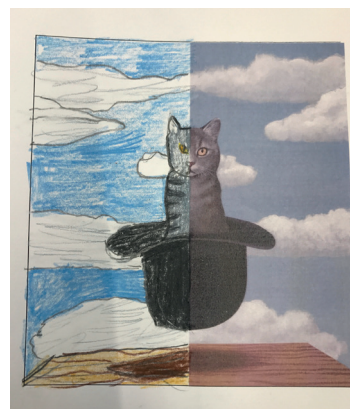


Simmetrie nell'arte e l'equilibrio compositivo

Unire il mondo della matematica con il mondo dell'arte permette di coinvolgere molto gli allievi. Per quanto riguarda la simmetria rispetto a un asse, l'atmosfera surreale dei personaggi di Magritte, che spesso richiama questa trasformazione, può essere un ottimo contesto di lavoro.

Per promuovere questo tipo di riflessione può essere utile iniziare da un'esposizione di riproduzioni di alcune celebri opere di Magritte, come *Il figlio dell'uomo*, che possono essere proiettate o

stampate cartacee, nelle quali vi sono elementi che hanno simmetrie e altri che non ne hanno. Dopo un primo commento libero da parte degli allievi, si guida l'osservazione verso gli aspetti geometrici di queste opere e in particolare verso la presenza di eventuali simmetrie. Se lo si ritiene opportuno, anche in questo caso si possono utilizzare degli specchi per fare verifiche. Si può anche riflettere su quali elementi dell'opera non sono simmetrici, come ad esempio le nuvole nel cielo o i dettagli del muro o del tavolo, e sul fatto che gli elementi simmetrici presenti contribuiscono in qualche modo a creare un certo equilibrio compositivo.



Può essere dunque interessante chiedere agli allievi di modificare le opere di Magritte per renderle il più possibile simmetriche. Si consegna a ciascun allievo la riproduzione di un'opera precedentemente tagliata lungo l'asse di simmetria, che deve essere incollata in metà di un foglio bianco, e si chiede di provare a completare il soggetto il più fedelmente possibile modificando quei tratti del quadro che nell'originale rompevano la simmetria, secondo modalità analoghe a quelle descritte nella proposta "Simmetrie da disegnare". L'insegnante può lasciare a disposizione degli specchi per poter verificare il proprio lavoro.





Rendere simmetrico ciò che non lo è

Nell'attività precedente si è chiesto di completare metà quadro in modo da creare un'opera simmetrica. Si può anche consegnare un'immagine completa e chiedere di modificarla in modo da renderla simmetrica. Ad esempio, è possibile consegnare la rappresentazione di una chiesa con la facciata simmetrica ma che ha un solo campanile da una parte, nella quale quindi occorre aggiungere un campanile simmetrico rispetto all'asse per farla diventare un'immagine simmetrica. Si può inoltre riflettere su simmetrie interne o esterne alle figure.

Questa attività può essere proposta anche nello spazio facendo ad esempio uso di mattoncini da costruzione o di cubetti di legno. Un castello da rendere simmetrico, una chiesa a cui manca una colonna per diventare tale ecc.

Per lavorare sulle simmetrie esterne si possono anche proporre due costruzioni realizzate con dei mattoncini o dei cubetti disposte l'una vicina all'altra, come se fossero una il riflesso dell'altra allo specchio. Le due costruzioni devono essere simmetriche tranne per qualche piccolo dettaglio. Si chiede agli allievi di osservarle e di identificare gli elementi non simmetrici, e poi di modificare una costruzione allo scopo di renderla simmetrica rispetto all'altra. I mattoncini in questo senso possono essere spostati o cambiati perché presenti in numero, dimensione o colore diverso. Il gioco può essere proposto anche a coppie: un allievo predispone le due costruzioni e il compagno deve modificarne una in modo da renderla simmetrica all'altra.



Immagini riflesse negli specchi

In questa proposta gli specchi sono utilizzati come strumenti di costruzione di oggetti geometrici che presentano delle simmetrie. Si dividono gli allievi a coppie e si distribuiscono a ciascuna due specchi. La forma e le dimensioni degli specchi sono a discrezione del docente, indicativamente possono essere di forma rettangolare di circa 20 cm × 10 cm. L'importante è che i bordi siano ben smussati in modo da non risultare pericolosi da maneggiare. I due specchi dovrebbero essere incernierati lungo il lato più corto e liberi di aprirsi e chiudersi secondo diversi angoli; per fare questo è possibile utilizzare del nastro adesivo di carta. Ogni coppia deve inoltre disporre di un oggetto, ad esempio una piccola gomma o un sassolino, e di una cannuccia.

Inizialmente si chiede agli allievi di disporre sul

tavolo i lati più lunghi degli specchi in modo da formare sul piano un angolo di ampiezza 180°. Si posiziona quindi il piccolo oggetto davanti agli specchi e si osserva che questo viene riflesso una volta. Successivamente si chiede agli allievi di avvicinare i due specchi gradualmente, diminuendo dunque l'ampiezza dell'angolo formato. "Cosa è possibile osservare?". Gli allievi possono notare che, a dipendenza dell'angolo formato dai due specchi, è possibile osservare l'oggetto riflesso più di una volta, interamente o parzialmente. È possibile formulare delle ipotesi tutti insieme per capire perché si verifica questo fenomeno.

Per guidare la riflessione si può chiedere di aprire gli specchi con un angolo di ampiezza 120° e di verificare quante volte l'oggetto si riflette nei due specchi. Per facilitare il compito si consiglia di posizionare sul tavolo un goniometro di carta su cui appoggiare gli specchi. In questo caso i bambini vedranno in totale tre oggetti: uno reale e due riflessi. L'insegnante può mediare la discussione per capire perché questo accade, puntando l'attenzione su possibili connessioni con l'ampiezza dell'angolo di apertura.

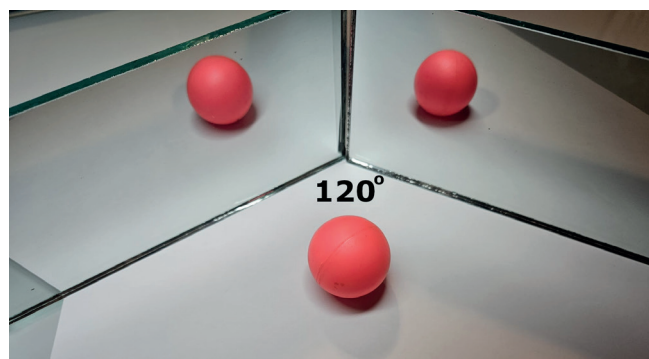
A questo punto si può proseguire nella sperimentazione chiedendo agli allievi di immaginare di aprire i due specchi a 90° e di prevedere il numero di oggetti totali che si possono osservare (in questo caso 4, tre riflessi e uno reale). Attraverso una riflessione condivisa si può arrivare a intuire la relazione, ossia:

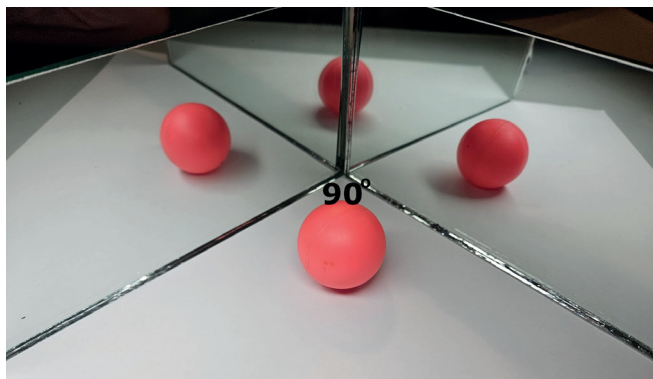
Numero di oggetti (fra reali e riflessi)

=

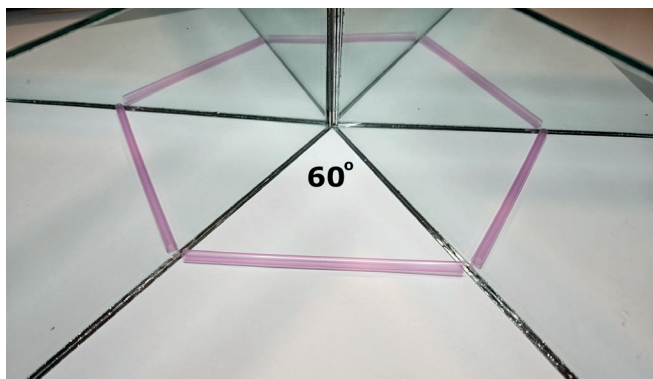
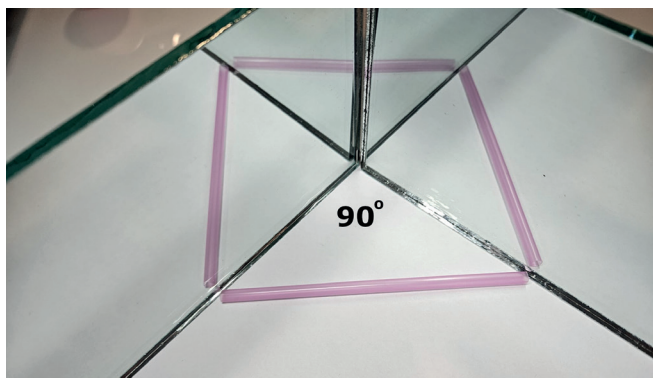
360° : angolo di apertura degli specchi.

Si consiglia di lasciare sperimentare questa scoperta, invitando a provare aperture diverse, o viceversa a prevedere l'ampiezza dell'angolo in base al numero di oggetti (completi) che si vedono.





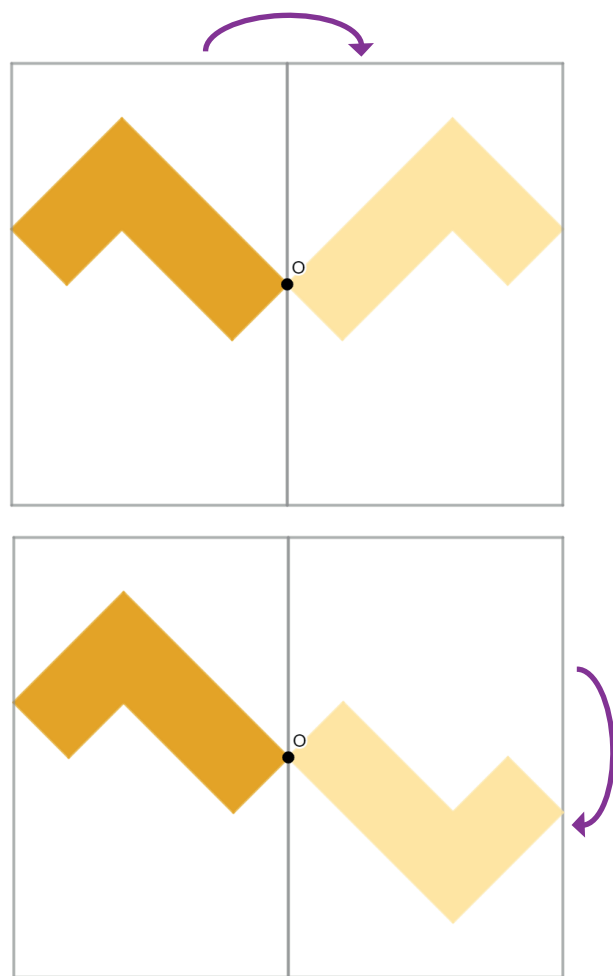
Una volta scoperta questa relazione, così come spiegato anche nella pratica didattica “Poligoni regolari”, si può usare la cannuccia consegnata per ottenere dei poligoni regolari. L’insegnante chiede di posizionare la cannuccia con le estremità a contatto con gli specchi aperti a 90° , in modo che la distanza dalla cerniera ad entrambi gli estremi della cannuccia sia la stessa. Insieme si osserva che in questo modo, considerando la cannuccia reale e le sue tre immagini riflesse, si forma un quadrato. A questo punto, l’insegnante può assegnare alcune missioni come, ad esempio, modificare l’apertura degli specchi per ottenere un triangolo equilatero, un pentagono regolare o altri poligoni regolari.



Simmetrie centrali

Finora le proposte didattiche hanno riguardato le simmetrie assiali, cioè simmetrie rispetto a rette. In questa proposta, invece, si prendono in considerazione le simmetrie centrali, cioè ottenute rispetto a un punto, detto centro di simmetria.

Si consegna a ciascun allievo un foglio dove è disegnata una semplice figura e un punto O sul bordo più lungo del foglio e si chiede di sovrapporre un foglio trasparente (tipo lucido o carta velina) e di ricalcare la figura data e il punto O con una matita o un pennarello. In seguito, si ribalta il foglio trasparente rispetto al lato del foglio dove è rappresentato il punto O: in questo modo si ottiene la figura simmetrica alla prima rispetto a tale asse. Dopodiché si chiede di ribaltare il foglio trasparente lungo il lato più corto e di far coincidere il punto O rappresentato originariamente con il punto O rappresentato sul foglio trasparente.

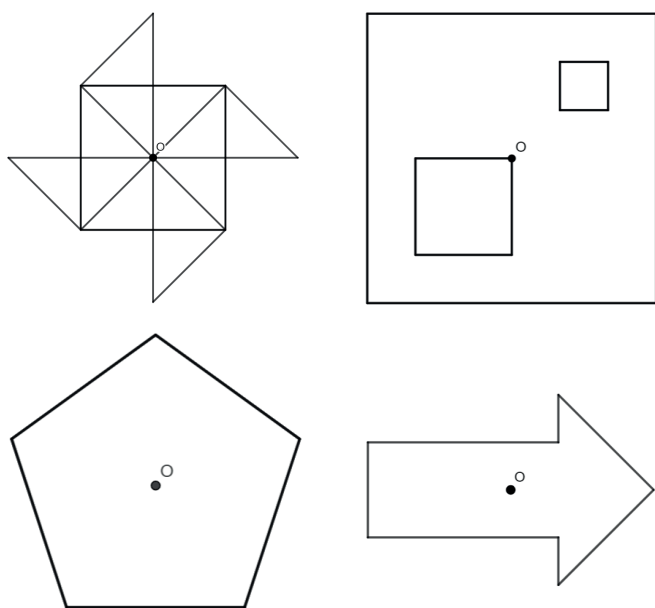


Dopo queste operazioni si chiede agli allievi di osservare la figura iniziale e quella finale e di provare a dare una risposta alle seguenti domande: *“Cosa succede alla figura iniziale?”*; *“Cosa succede ad ogni suo punto?”*; *“La figura sul foglio trasparente è congruente a quella di partenza?”*; *“Ci sono dei punti che nel passare dalla prima alla seconda figura rimangono nella stessa posizione?”*; *“In quale altro modo avrei potuto ottenere la figura sul foglio trasparente?”*.

Sarà interessante guidare gli allievi ad analizzare le due figure e a scoprire che la simmetria centrale rispetto a un punto O equivale alla rotazione di mezzo giro (180°) della figura rispetto al punto fisso O.

L'attività può quindi essere ampliata proponendo un lavoro analogo, a partire da una figura a piacere disegnata dagli allievi, oppure provando a muovere il punto O lungo il margine del foglio per capire che effetto hanno questi cambiamenti sulle simmetrie centrali ottenute.

Un'altra attività interessante riguarda la realizzazione di simmetrie centrali di poligoni regolari come il quadrato o l'esagono regolare, rispetto al punto di incontro delle loro diagonali: si osserva che, nonostante la trasformazione applicata, la figura di partenza e quella di arrivo sono nella stessa posizione, ossia perfettamente sovrapposte. Ci sono dunque figure che rimangono invariate anche se vengono trasformate attraverso una simmetria centrale rispetto a un preciso punto O. Per riflettere su questa scoperta è possibile ad esempio chiedere agli allievi di indicare tra le seguenti figure quelle che hanno questa caratteristica.



Per costruire un oggetto che presenta una simmetria centrale tramite la tecnica degli origami si può fare riferimento alla scheda “La simmetria centrale”.

Simmetrie nei poligoni

Per approfondire gli apprendimenti relativi ai poligoni e ai poliedri è possibile analizzare la presenza o meno di simmetrie.

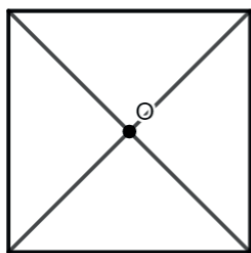
L'insegnante propone una serie di poligoni di cartoncino colorato e chiede agli allievi di stabilire quali possiedono assi di simmetria. Per ognuno di questi chiede di contarli e di metterli in evidenza tracciandoli con un pennarello colorato. Si consiglia di non proporre solo poligoni regolari ma di spaziare con diversi tipi di poligoni, sia concavi che convessi. Gli allievi possono sempre utilizzare lo specchio o la piegatura della carta per aiutarsi, oppure per correggere o verificare le proprie ipotesi.

Questa è l'occasione per convincersi del fatto che, malgrado a un primo sguardo possa apparire il contrario, le diagonali di un rettangolo non sono assi di simmetria (mentre lo sono le mediane). Allo stesso modo è possibile verificare che un parallelogramma generico non possiede alcun asse di simmetria.

L'attività di ricerca di assi di simmetria nei poligoni può avvenire anche al contrario, assegnando cioè uno specifico numero di assi di simmetria e chiedendo agli allievi di costruire poligoni che hanno quel determinato numero di assi di simmetria. Ci si accorgerà che il numero massimo di assi di simmetria che può avere un poligono coincide con il numero di lati e che questo si ottiene solo nel caso di poligoni regolari (per una verifica e un approfondimento è possibile consultare il supporto “Carte d'identità dei poligoni”).

Dopo aver individuato gli assi di simmetria nei poligoni, si può chiedere agli allievi di provare a stabilire se in determinati poligoni dati è possibile ritrovare un centro di simmetria, e in caso di risposta affermativa di provare a indicarlo con un pennarello. Come già osservato in precedenza, nel quadrato esiste un punto rispetto al quale il poligono rimane invariato rispetto a una simmetria centrale, ossia una rotazione di 180° ; questo punto nel quadrato coincide con il punto di intersezione delle diagonali.

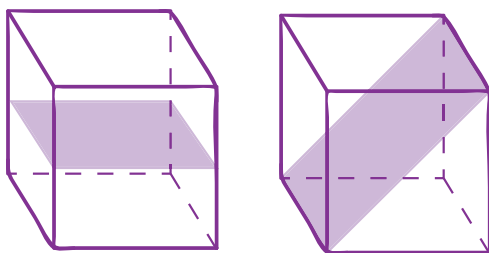




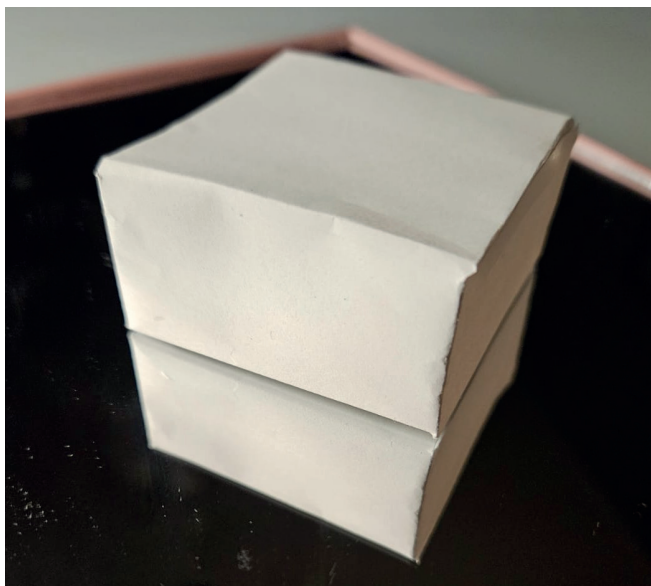
Per lavorare su queste proprietà del quadrato è possibile anche utilizzare la scheda “La simmetria del quadrato”.

Simmetrie nei poliedri

È possibile proporre attività e riflessioni analoghe a quelle fatte nel piano per i poligoni anche nello spazio per i poliedri; tuttavia, in questo caso si dovrà parlare di *piano di simmetria* invece di asse di simmetria. Inizialmente si può ragionare sul cubo. Una possibilità è quella di utilizzare dei modelli di cubo in plastilina o cartoncino “tagliati a metà” secondo i seguenti piani.



Prendendo solo una parte del cubo sezionato e appoggiandola su uno specchio, i bambini possono osservare che la superficie dello specchio rappresenta un piano di simmetria perché l'immagine riflessa completa il cubo.



Si possono lasciare gli allievi liberi di sperimentare con altri tipi di poliedri, per esempio prismi e piramidi, sempre di plastilina. Gli allievi possono provare a ipotizzare dei possibili piani di simmetria, per poi sezionare i poliedri di plastilina o cartoncino secondo queste sezioni e infine appoggiarli sullo specchio per verificare la correttezza della propria proposta.

Questo tipo di attività può risultare molto complessa, dunque deve essere proposta solo nell'ottica di sperimentare, formulando ipotesi e procedendo per tentativi. Se l'attività di ricerca di simmetrie è stata precedentemente svolta con modalità analoghe con i poligoni, è possibile proporre di riflettere sulle analogie che ci sono, per esempio, fra gli assi di simmetria del quadrato e i piani di simmetria del cubo, oppure fra gli assi di simmetria del rettangolo e i piani di simmetria del parallelepipedo.

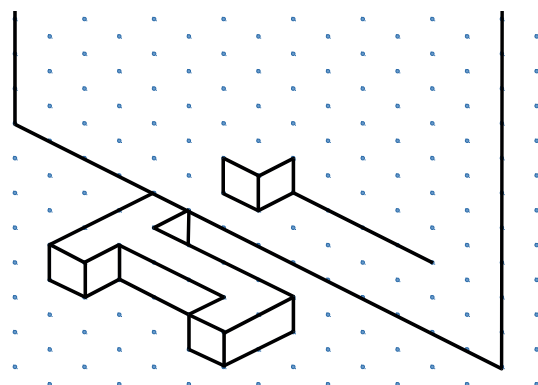
Per un approfondimento sulle attività di sezionamento dei poliedri, si consiglia di consultare la pratica didattica “Dallo spazio al piano (e viceversa) nel secondo ciclo”.



Simmetria su carta isometrica

L'attività qui descritta dovrebbe essere proposta in seguito ad altre legate all'uso della carta isometrica, come quelle presenti nelle pratiche didattiche “Punti di vista nel secondo ciclo” e “Dallo spazio al piano (e viceversa) nel secondo ciclo”.

La carta isometrica si presta, infatti, non solo per svolgere attività legate alla rappresentazione in due dimensioni di oggetti tridimensionali, ma anche per riflettere e rappresentare costruzioni simmetriche rispetto a piani di simmetria. Per svolgere questo tipo di attività è possibile proporre semplici costruzioni rappresentate su carta isometrica, dove è disegnato anche uno specchio che rappresenta il piano di simmetria. Il compito degli allievi consiste nel rappresentare la costruzione simmetrica a quella di partenza, rispetto al piano di simmetria disegnato.



Il compito è complesso e richiede agli allievi una buona padronanza di competenze legate alla visualizzazione spaziale; per questo motivo, se lo ritiene opportuno, l'insegnante può fornire delle schede semplificate con costruzioni molto semplici costituite da uno o due cubetti, oppure con parti di immagini simmetriche già rappresentate all'interno dello specchio.

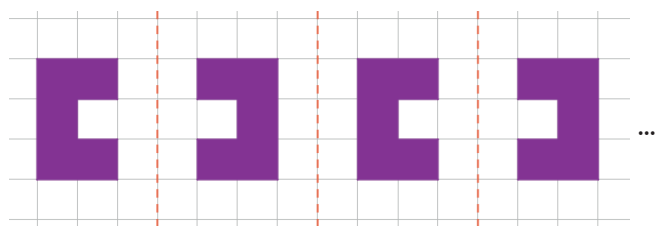
Nel supporto "Carta isometrica" sono raccolti alcuni modelli di carta isometrica che è possibile stampare e utilizzare per svolgere le attività qui descritte.



Più assi di simmetria

Quando agli allievi è stato chiesto di disegnare immagini simmetriche nelle proposte precedenti si è sempre lavorato rispetto a un asse di simmetria. Quando gli assi di simmetria diventano più di uno si creano occasioni per riflettere anche su altre trasformazioni geometriche che saranno trattate di seguito in questa pratica didattica.

Inizialmente si può proporre agli allievi un foglio su cui è rappresentata una semplice figura, come ad esempio una lettera, e una serie di assi di simmetria esterni ad essa, tutti paralleli tra loro. Mettendo in gioco le conoscenze e le abilità acquisite in precedenza, si chiede di rappresentare la figura simmetrica all'originale rispetto al primo asse, poi la simmetrica della figura ottenuta rispetto al secondo asse, e così via.

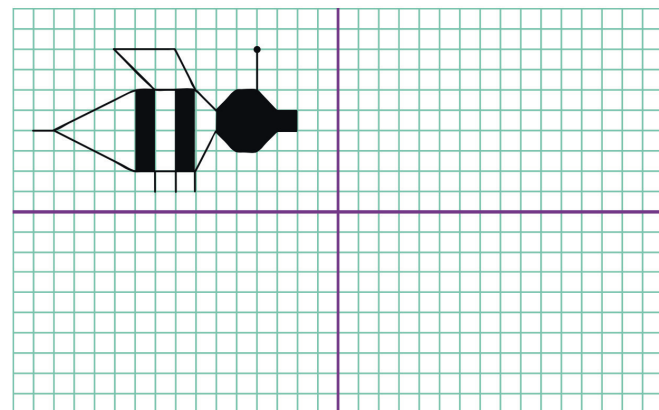


Una volta ottenuto un buon numero di figure, è possibile chiedere agli allievi di riflettere su alcune particolarità che potrebbero aver notato: i bambini dovrebbero rendersi conto che le immagini seguono un ritmo ben preciso e che applicando una simmetria un numero pari di volte rispetto ad assi paralleli la figura risulta semplicemente traslata.

A partire da questa scoperta ci si potrebbe poi chiedere cosa succede se gli assi sono perpendicolari, invece che paralleli.

Si può quindi proporre agli allievi una griglia

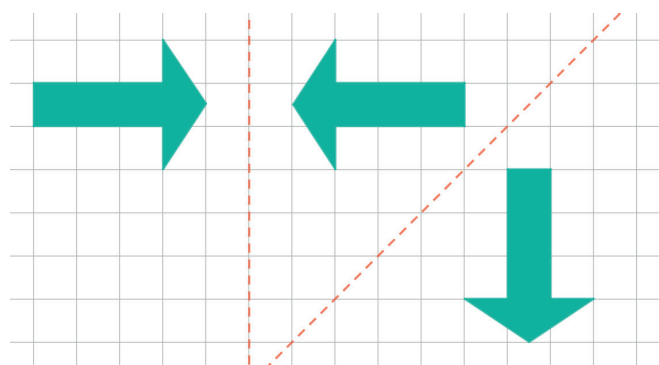
suddivisa in quattro quadranti, in uno dei quali è presente un'immagine. Anche in questo caso si può dapprima lavorare con immagini poligonali e una griglia di supporto, mentre con i più grandi si possono proporre anche figure curvilinee o fogli non quadrettati.



Si chiede poi di disegnare i soggetti simmetrici gli uni rispetto agli altri rispetto ai due assi tracciati, in modo da completare tutti e quattro i quadranti.

Ci si chiede quindi: "Cosa si può notare osservando la figura in alto a sinistra e confrontandola con quella in basso a destra?", "Che tipo di trasformazione permette di passare da una all'altra?". Gli allievi dovrebbero riconoscere la simmetria centrale esplorata già nelle attività precedenti.

Una volta capito il meccanismo è possibile proporre ulteriori sperimentazioni di combinazioni fra assi di simmetria né paralleli né perpendicolari, come quelli mostrati nell'immagine.



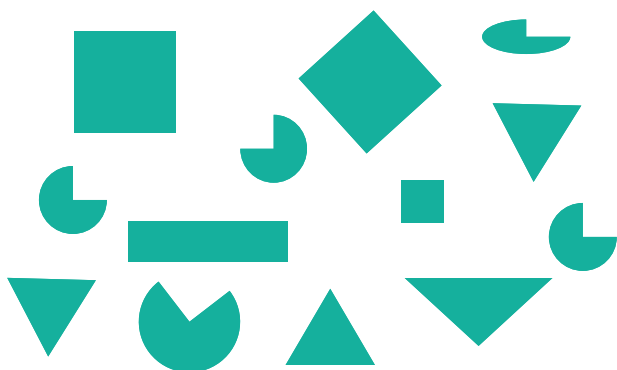
In base agli angoli formati fra gli assi anche in questo caso si possono individuare interessanti proprietà e ritmi che si creano, che è possibile descrivere e analizzare con gli allievi.



TRASLAZIONI E ROTAZIONI

Coppie e traslazioni

Per un possibile primo approccio alle traslazioni si possono mostrare agli allievi delle figure su un foglio, chiedendo di individuare le coppie di figure che sono congruenti e disposte traslate l'una rispetto all'altra.

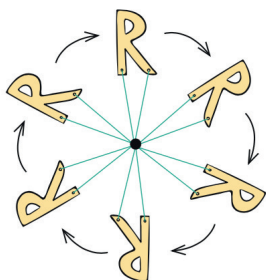


Trattandosi di un primo approccio è importante chiarire il fatto che la *traslazione* è una trasformazione rigida che non deforma né modifica le lunghezze, e che non prevede la rotazione delle figure. Inoltre, tutti i punti della figura di partenza vengono spostati di una distanza fissa in un'unica direzione.

Una volta che gli allievi hanno individuato le coppie di figure traslate in maniera corretta, è opportuno riflettere con loro sulle caratteristiche delle figure non scelte, chiedendo di spiegare quale elemento li ha portati a escluderle. Allo stesso tempo l'attività può essere arricchita chiedendo di aggiungere nuove figure traslate, disegnandole a piacere sul foglio.

Puntine e rotazioni

Per introdurre la rotazione, si distribuisce un cartoncino colorato a ciascun allievo e si chiede di ritagliare una figura a piacere, per esempio la lettera iniziale del nome. Poi con un po' di nastro adesivo si fissa la figura a un'asticella la cui estremità è vincolata con una punta di Parigi a un foglio, come illustra la seguente immagine.



Si chiede poi all'allievo di ruotare in senso orario la sagoma e di osservare come viene trasformata la figura. La sua forma non cambia, solo la sua posizione è diversa. Si invitano poi gli allievi a fermarsi in alcune posizioni e a ripassare il contorno della sagoma con una matita, ottenendo un bell' effetto decorativo che potrà eventualmente essere arricchito con colori o altri materiali.

Agli allievi più grandi è possibile fare richieste specifiche di rotazioni attorno al punto definito dalla punta di Parigi, secondo ampiezze assegnate. In questo modo si può far osservare che ruotando di 180° la figura questa apparirà dalla parte opposta del foglio rispetto alla posizione iniziale. Si possono a questo punto stimolare riflessioni su quanto osservato chiedendo ad esempio: *“Cosa si può dedurre? Che relazione c'è tra simmetria centrale e rotazione?”*.

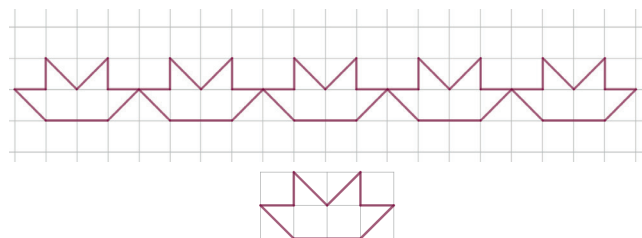
Si può proseguire chiedendo di realizzare rotazioni di 90° , poi 60° , stimolando dunque anche un utilizzo consapevole di strumenti di misura come il goniometro. Questo tipo di attività è utile per fissare il concetto che la rotazione è un tipo di trasformazione geometrica isometrica (ossia che mantiene le distanze) che avviene attorno a un punto, detto *centro di rotazione*, e secondo una determinata ampiezza di un angolo.



Cornicette, mandala, fregi e rosoni

Gli allievi hanno già avuto a che fare in diverse occasioni con cornicette e mandala da colorare e decorare. Queste rappresentazioni possono quindi essere degli ottimi punti di partenza per trattare il tema delle traslazioni e delle rotazioni a partire proprio dai loro disegni.

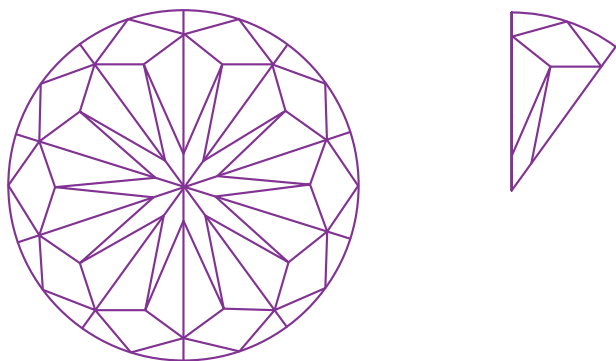
Si consiglia inizialmente di riprendere una cornicetta che gli allievi hanno già visto o realizzato sul quaderno, chiedendo loro di osservare la figura base che va ripetuta per formare la cornicetta o il fregio. Ad esempio, in questa cornicetta il motivo è ottenuto dalla riproduzione e traslazione della figura di base rappresentata sotto.



Analogamente, nel seguente mandala si può far osservare ai bambini che il disegno completo può essere ottenuto a partire da un particolare



spicchio decorato, ruotato attorno al centro e replicato un determinato numero di volte.



A dipendenza del tipo di cornicetta o di mandala analizzati, individuare il "pezzo di partenza" può risultare più o meno complesso. Una volta capite le regole matematiche dietro questo tipo di riproduzione, si può chiedere agli allievi di sperimentare la traslazione e la rotazione partendo dal singolo elemento e replicandolo, applicando dunque la trasformazione richiesta: traslazione per ottenere una cornicetta e rotazione per ottenere un mandala.

Con gli allievi più grandi si possono anche proporre stimoli più complessi, come ad esempio cercare di stabilire l'ampiezza dell'angolo di rotazione per i mandala, oppure la lunghezza e la direzione dello spostamento nella traslazione.

In modo analogo, prendendo spunto dall'osservazione di rosoni e fregi che decorano le pareti di palazzi e chiese, può essere stimolante riprodurre questi tipi di figure riflettendo sulle trasformazioni geometriche che è possibile individuare.

Si possono predisporre in classe delle fotografie o immagini, oppure si può organizzare una breve uscita (per esempio in una chiesa o al museo), in cui si chiede agli allievi di cercare e di fotografare i fregi e i rosoni che trovano. Una volta rientrati in classe si possono dividere gli allievi in piccoli gruppi a ciascuno dei quali viene assegnata una fotografia e un foglio lucido. Gli allievi hanno il compito di individuare la figura iniziale che, attraverso traslazioni o rotazioni, permette di ottenere il fregio o il rosone in questione. Tale figura viene ricalcata sul foglio lucido e può essere tagliata e ricalcata su un cartoncino in modo da ottenere un tassello rigido più facilmente manipolabile. Una volta creato il tassello gli allievi possono utilizzarlo come base per ricostruire il proprio fregio o rosone.

Quando gli allievi hanno capito il funzionamento dell'attività, possono provare a progettare da sé

i propri tasselli che, attraverso rotazioni o traslazioni, permetteranno di creare nuovi fregi o rosoni da decorare a piacere.

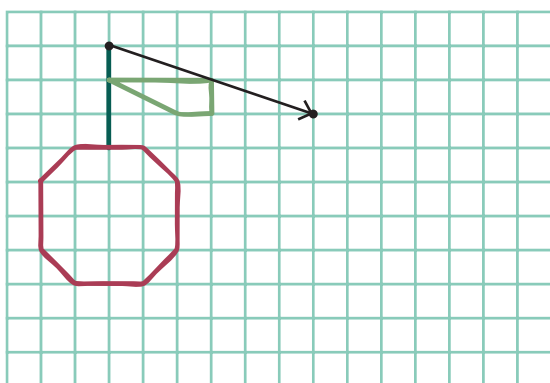




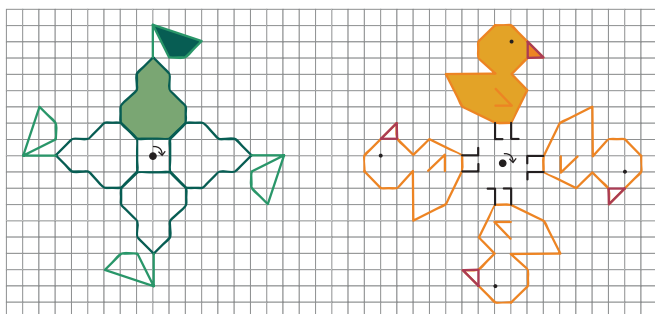
Traslazioni e rotazioni su griglia

Per svolgere questa attività è necessario fornire agli allievi dei fogli quadrettati in cui sono già disegnate alcune figure più o meno complesse, a seconda dell'età e delle competenze degli allievi.

L'insegnante mette a disposizione di ciascun allievo due carte con le direzioni "destra" / "sinistra", due carte con le direzioni "su" / "giù" e due dadi a sei facce con i numeri da 1 a 6. Ogni allievo deve inizialmente estrarre una carta direzione e lanciare un dado in modo da capire di quanti tratti di griglia deve traslare la figura, considerando la direzione precedentemente pescata. In seguito, deve estrarre la seconda carta direzione e lanciare il secondo dado. Ora ha tutte le informazioni per costruire il vettore spostamento. Dopodiché l'allievo può procedere al disegno della figura traslata.



Analogamente si può procedere con la rotazione: in questo caso ai bambini oltre alle figure di partenza rappresentate su fogli quadrettati vengono consegnate 4 carte su cui sono scritte le ampiezze: 90° , 180° , 270° , 360° . I bambini devono riprodurre la figura ruotata in senso orario secondo l'ampiezza dell'angolo indicato dalla carta che hanno pescato.

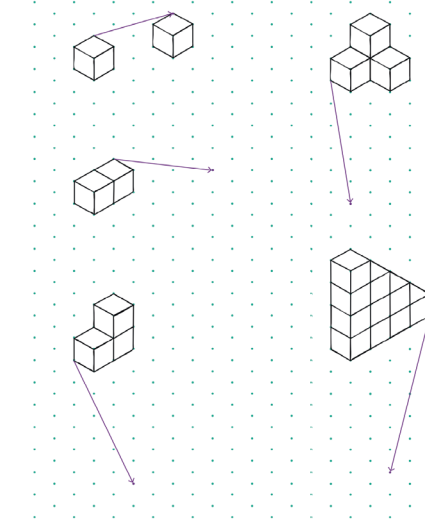


Le attività descritte in precedenza possono essere svolte anche attraverso l'uso delle schede per l'allievo "Traslazioni nel piano" e "Rotazioni 2".



Traslazioni e rotazioni su carta isometrica

Osserva l'esempio del cubo traslato, poi disegna le altre quattro costruzioni traslate che si ottengono spostandole secondo i quattro vettori.



© MaMa - DECS - Divisione della scuola

In analogia a quanto visto nell'attività precedente si può proporre agli allievi una carta isometrica sulla quale si chiede di operare la traslazione di una figura data rispetto allo spostamento indicato. Dapprima si possono proporre figure

semplici da ricostruire ad esempio con pochi vertici, per poi complicare la consegna con figure più complesse o composizioni di figure. I bambini devono prestare attenzione a traslare allo stesso modo tutti i vertici della figura e poi unirli in modo opportuno considerando sempre la figura iniziale.

Un esempio di attività simile è proposto nella scheda "Traslazioni nello spazio"; per disporre di carta isometrica si può far riferimento al supporto "Carta isometrica".

In modo analogo, con allievi più grandi si possono proporre le stesse figure, chiedendo di applicare una rotazione di 60° o di un suo multiplo (in quanto la carta isometrica vincola il lavoro su questo tipo di angoli). Dopo la fase esecutiva e di costruzione delle figure, si possono proporre agli allievi due figure su carta isometrica, una originale e una trasformata, chiedendo loro di provare a stabilire quale trasformazione è stata applicata per passare da una all'altra. Se si tratta di una traslazione gli allievi devono specificare la direzione dello spostamento effettuato, mentre se si tratta di rotazione devono indicare l'ampiezza dell'angolo di rotazione e il centro di rotazione.

Le rotazioni e le traslazioni su carta isometrica possono risultare particolarmente complesse: si suggerisce di proporre questo tipo di attività in seguito ad altre legate all'uso della carta isometrica, come quelle descritte nelle pratiche didattiche "Punti di vista nel secondo ciclo" e "Dallo spazio al piano (e viceversa) nel secondo ciclo".

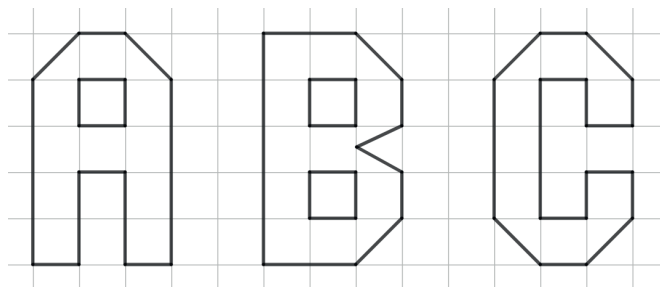


SIMILITUDINI E OMOTETIE



Scritte che si ingrandiscono

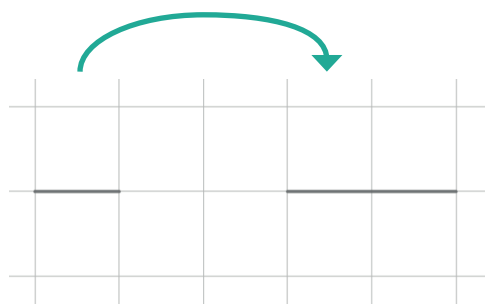
Per questa attività è necessario fornire agli allievi una griglia quadrettata in cui sono rappresentate alcune o tutte le lettere dell'alfabeto:



Agli allievi viene chiesto di creare il proprio nome su una griglia vuota utilizzando le lettere mostrate, osservando bene tutti i tratti; alcuni coincidono con il lato di un quadretto della griglia, altri con la diagonale di un quadretto.

Una prima semplice fase dell'attività può essere quella di riprodurre il proprio nome su di una griglia di dimensioni diverse da quella già utilizzata. Se la griglia è ingrandita, anche il nome alla fine risulterà ingrandito. Al contrario, griglie più piccole portano alla realizzazione di lettere di dimensioni ridotte.

Quando hanno terminato, l'insegnante può chiedere di scrivere ancora il proprio nome su una griglia analoga a quella di partenza, prendendo spunto dalle lettere già rappresentate, ma seguendo la nuova regola che prevede che a un tratto del quadretto sia necessario farne corrispondere due, raddoppiando cioè la lunghezza di ogni tratto.



Una volta terminato, è possibile porre alcune domande agli allievi chiedendo loro di confrontare i due nomi ottenuti: *“Come sono diventate le lettere con questo secondo passaggio?”*, *“Cosa è cambiato e cosa è invece rimasto invariato?”*. Operando nell'ambito di Grandezze e misure, gli allievi più grandi possono riflettere anche sulla

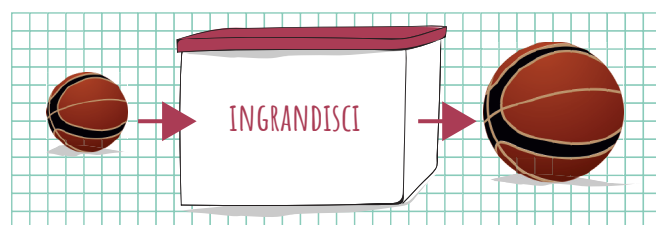
variazione del perimetro e dell'area delle singole lettere, confrontando il perimetro e l'area delle lettere di partenza con quelli delle lettere ingrandite.

I bambini possono poi divertirsi ad aumentare ancora le dimensioni delle lettere, ad esempio facendo in modo che ad ogni tratto di quadretto ne corrispondano tre e così via.



La macchina che ingrandisce e riduce

Proseguendo nelle osservazioni iniziate durante l'attività precedente, si può allestire in classe una sorta di macchina che trasforma le figure ingrandendole o riducendole, utilizzando una semplice scatola in cui entrano oggetti e disegni e da cui escono trasformati opportunamente in base alla regola impostata.



A dipendenza del grado di difficoltà auspicato per il compito e delle competenze degli allievi si possono usare regole generiche come “ingrandisci” o “riduci”, oppure (soprattutto nel caso di disegni su griglia) si possono utilizzare regole più specifiche come “raddoppia le lunghezze”, “dimezza le lunghezze”, “triplica le lunghezze”, “riduci di un terzo le lunghezze” ecc.

Una volta stabilita e condivisa la regola, si può iniziare il gioco: l'insegnante mostra una figura (meglio se disegnata su griglia in modo da dare un riferimento metrico) e la introduce nella scatola, chiedendo agli allievi di prevedere quale figura potrebbe uscire dalla macchina. I bambini possono disegnare loro stessi la figura che reputano corretta, oppure possono sceglierne una giusta all'interno di una collezione che l'insegnante avrà precedentemente preparato.

Sempre con la regola della macchina dichiarata, si può viceversa mostrare una figura che esce dalla macchina e chiedere agli allievi di risalire alla figura inizialmente introdotta nella macchina. In tal caso gli allievi devono procedere con un ragionamento inverso rispetto alla regola indicata sulla macchina.

Può essere interessante in seguito fornire la figura iniziale e quella trasformata, chiedendo agli allievi di indicare quale regola sta seguen-



do la macchina. A questo punto, è bene lasciare agli allievi liberi di giocare e sperimentare con la macchina, proponendo loro stessi figure da ingrandire e ridurre, e regole da impostare per le trasformazioni operate dalla macchina.

Attraverso una discussione collettiva, l'insegnante può portare gli allievi a riflettere su alcune proprietà delle figure ingrandite e ridotte che non cambiano (per esempio la forma, il numero di elementi, le caratteristiche non metriche delle linee che le compongono ecc.) e quelle che invece cambiano (per esempio la loro estensione e il loro perimetro).

Giocando con la scatola è bene anche mostrare agli allievi esempi di figure non ingrandite o ridotte correttamente, per esempio perché non mantengono la proporzione tra le lunghezze dei lati corrispondenti, oppure perché non lasciano invariate le ampiezze degli angoli. La seguente coppia di figure, per esempio, non può rappresentare l'input e l'output rispetto a una stessa regola:



Per un approfondimento e per accompagnare questo tipo di attività con un compito legato alla rappresentazione su griglia, si faccia riferimento alla scheda "La macchina di Plutonio".

Alla ricerca di poligoni e figure simili

Con le attività precedenti i bambini hanno incontrato figure che vengono ridotte o ingrandite. È bene ora specificare che si tratta di figure simili, ossia figure che differiscono solo per la loro grandezza, ma non per la forma. Se ci si concentra sulla categoria dei poligoni, si possono identificare alcuni criteri che permettono di affermare che due poligoni sono simili tra loro.

Per fare questo si può proporre agli allievi un insieme di triangoli di vario tipo, chiedendo di stabilire quelli che secondo loro sono simili (se è stata svolta in precedenza l'attività della macchina che ingrandisce o riduce, è possibile farvi riferimento): "Quali caratteristiche hanno?".



Gli allievi indagano dapprima liberamente facendo ipotesi su quali caratteristiche guardare, poi attraverso una messa in comune è bene osservare che affinché due triangoli siano simili l'ampiezza degli angoli corrispondenti deve essere la stessa, mentre le lunghezze dei lati corrispondenti devono essere in proporzione, ossia il rapporto tra queste lunghezze deve essere costante.

Questa osservazione può portare a ulteriori considerazioni sui triangoli, ad esempio: tutti i triangoli equilateri sono simili e tutti i triangoli isosceli rettangoli sono simili. Chiedere di giustificare e provare ad argomentare queste affermazioni è sempre un ottimo modo per lavorare sui processi comunicativi, ma è un'attività certamente complessa, da proporre preferibilmente solo agli allievi alla fine del secondo ciclo.

In modo analogo si può passare ai quadrilateri e osservare che tutti i quadrati sono simili, ma questo non è vero per tutti i rettangoli; infatti, anche se hanno sempre angoli retti, non è detto che il rapporto tra le lunghezze dei lati corrispondenti sia lo stesso. Con gli allievi si può riflettere sul fatto che nel linguaggio comune si afferma spesso che tutti i rettangoli hanno la stessa forma, ma matematicamente questa affermazione è scorretta; esistono rettangoli di infinite forme diverse, ma sono simili, ossia hanno la stessa forma, solo quelli che presentano lo stesso rapporto tra le lunghezze dei lati corrispondenti.

Si può poi proseguire con i vari tipi di poligoni osservando di volta in volta le ampiezze degli angoli e le lunghezze dei lati, considerando poligoni concavi e convessi, con più o meno lati, chiedendo sempre agli allievi di individuare quali sono quelli simili e quali no, giustificando eventualmente la propria scelta.



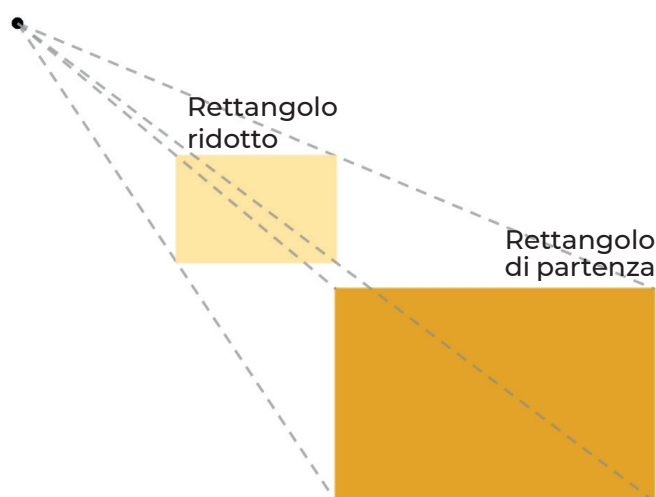


Omotetie e disegno tecnico

La trasformazione geometrica che trasforma una figura in un'altra a lei simile si chiama *omotetia*. Con gli allievi del secondo ciclo è possibile scoprire e realizzare omotetie sfruttando gli strumenti di disegno tecnico.

Un'omotetia fra rettangoli può essere ottenuta attraverso le seguenti istruzioni:

- disegnare un semplice rettangolo su un foglio utilizzando riga e squadra;
- rappresentare un punto esterno alla figura (che è chiamato *centro dell'omotetia*);
- unire con un segmento il centro dell'omotetia con ciascuno dei quattro vertici del rettangolo;
- su ogni segmento rappresentato individuare il punto medio, e congiungere tali punti in modo da ottenere un nuovo rettangolo.



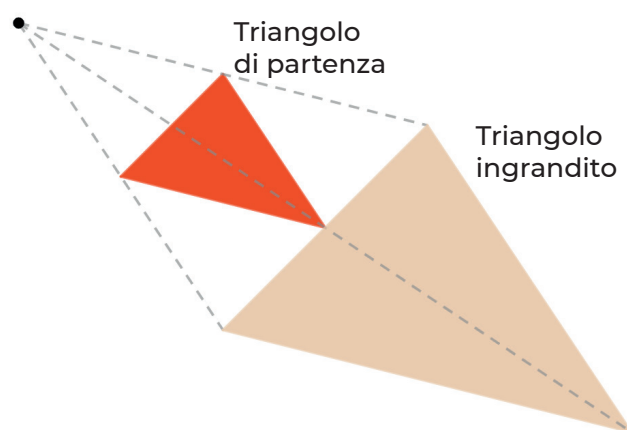
Quando il disegno è ultimato, si può chiedere di osservare i due rettangoli e di identificare quali caratteristiche si sono mantenute invariate e quali invece sono cambiate. Può essere interessante far notare che la lunghezza dei lati corrispondenti dei due rettangoli è dimezzata nella figura trasformata, in quanto i vertici individuati sono i punti medi dei segmenti che hanno un estremo nel centro dell'omotetia e l'altro in un vertice della figura di partenza.

La riflessione può essere ulteriormente stimolata chiedendo ad esempio di provare a ipotizzare dove sia necessario individuare i vertici di un nuovo rettangolo sui segmenti di costruzione, in modo che abbia i lati lunghi un terzo rispetto al rettangolo originale. Riflettendo per analogia con quanto osservato in precedenza, gli allievi possono intuire che occorrerà indicare i nuovi vertici a un terzo della lunghezza di ogni segmento di

costruzione, a partire dal centro di omotetia. Una volta indicati i vertici, questi possono essere uniti per ottenere un nuovo rettangolo.

L'insegnante può quindi far notare che i tre poligoni creati sono tutti simili, hanno cioè la stessa forma, la stessa ampiezza degli angoli corrispondenti e la stessa proporzionalità fra le lunghezze dei lati, anche se hanno estensioni e lunghezze dei lati diverse.

A questo punto l'insegnante può proporre una nuova sfida: *"Come si potrebbe fare per ottenere un triangolo che abbia le lunghezze dei lati doppie rispetto a uno di partenza?"*. Per fare ciò, sarà necessario raddoppiare la distanza fra il centro di omotetia e i vertici del triangolo di partenza, indicando i nuovi vertici sui segmenti di costruzione come mostrato nella seguente figura.



Introduzione alla scala delle mappe e riproduzioni in scala

Nelle attività di creazione di un plastico (per un approfondimento si consiglia di consultare la pratica didattica "Percorsi, plastici e mappe") gli allievi del secondo ciclo hanno l'occasione di lavorare con le riproduzioni in scala. A seconda dell'età degli allievi e delle loro competenze si può chiedere di prestare o meno attenzione agli aspetti metrici, cercando non solo di ridurre gli oggetti reali ma di farlo secondo una determinata scala e facendo in modo che le lunghezze degli spigoli delle scatole costruite siano in proporzione rispetto alle lunghezze di quelli originali e che si conservino le ampiezze degli angoli e degli angoloidi. Questo richiede un lavoro di misurazione e costruzione del modellino preciso e piuttosto impegnativo, ma permette di considerare vari aspetti di competenza e ambiti della



matematica, dando un grande valore aggiunto all'attività.

Se si accompagna poi la costruzione di un plastico con la realizzazione di una mappa bidimensionale, l'attività si arricchisce ulteriormente, introducendo anche alcune competenze relative al passaggio dallo spazio al piano, come descritto nella pratica didattica "Dallo spazio al piano (e viceversa) nel secondo ciclo".

Rappresentare sulla porzione di piano identificato da un foglio di carta oggetti o porzioni di territorio più vasto è uno dei campi di cui si occupa la cartografia. In quest'ottica, questa attività si presta molto bene a essere svolta in un contesto interdisciplinare tra matematica e studio d'ambiente. Oltre alla realizzazione di mappe è bene anche riflettere con gli allievi su quale sia stato il fattore di riduzione e su come esso venga comunemente indicato sulle mappe. L'osservazione e l'analisi di alcune cartine geografiche potrà portarli a rilevare la presenza di indicazioni relative alla riduzione in scala, come ad esempio 1 : 25'000. Se gli allievi non conoscono il significato di questa informazione numerica, è bene lasciare che formulino delle ipotesi, prima di spiegare loro che con quella scrittura si intende indicare che 1 cm sulla mappa equivale a 25'000 cm nella realtà.

A questo punto può essere interessante presentare agli allievi una raccolta di mappe geografiche che sono già state utilizzate durante le attività di studio d'ambiente, con l'obiettivo di rileggerle da un punto di vista matematico, riflettendo in maniera esplicita sul fattore di riduzione applicato.

Una volta compreso il funzionamento, sarà possibile anche far svolgere semplici operazioni di conversione, iniziando per esempio a misurare la lunghezza di un tratto di strada o di sentiero sulla mappa, per poi calcolare la lunghezza del tratto di percorso corrispondente nella realtà. Se le mappe rappresentano luoghi vicini alla scuola, è inoltre possibile fare dei confronti diretti recandosi sul posto, provando in prima persona l'equivalente nella realtà della distanza di 1 cm sulla carta.



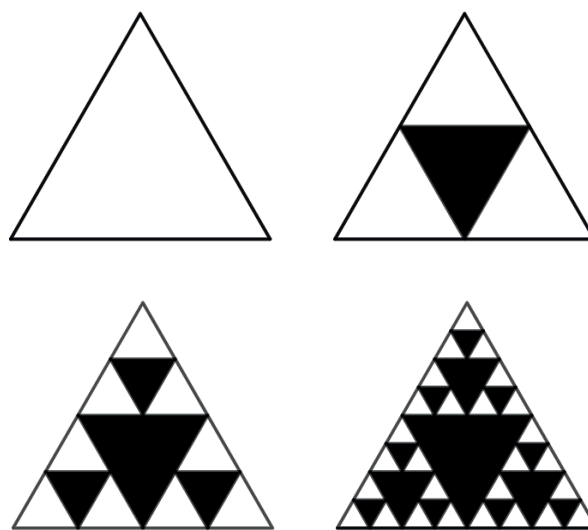
Figure autosimili

L'autosimilarità è un tema che nasconde una complessità matematica notevole, collegato a strutture geometriche che hanno caratteristiche molto diverse dagli oggetti geometrici con cui

un bambino di scuola elementare ha normalmente a che fare. Tuttavia, la costruzione di figure autosimili è piuttosto semplice e divertente, in quanto prevede l'esecuzione ripetuta di una serie di istruzioni spesso facilmente comprensibili, su scala sempre più piccola. Si tratta di un processo iterativo che porta alla costruzione di figure che hanno caratteristiche molto particolari in grado di affascinare gli allievi e in qualche modo di avvicinarli al sorprendente tema dell'infinito.

Una possibile attività riguarda la costruzione del triangolo di Sierpinski seguendo i seguenti passi:

1. disegnare un triangolo equilatero;
2. individuare i punti medi di ciascun lato e unirli con tre segmenti, ottenendo così quattro triangoli equilateri simili a quello iniziale;
3. colorare di nero il triangolo centrale;
4. per ognuno dei triangoli non colorati ripetere i passaggi 2 e 3;
5. continuare in questo modo fino a quando sarà possibile procedere concretamente all'individuazione dei triangoli.



Le istruzioni idealmente possono essere ripetute tutte le volte che si vuole, ma a un certo punto i triangoli costruiti saranno così piccoli che sarà impossibile continuare. Con gli allievi si può osservare la strana figura ottenuta, chiedendo loro di descrivere tutte le caratteristiche che presenta. Infine, si può guidare la riflessione fino ad arrivare a stabilire che, proseguendo con le iterazioni, l'oggetto costruito risulta formato da tante copie di sé stesso in scala diversa.



DEFORMAZIONI



Specchi deformanti al Luna park o in cucina

Probabilmente i bambini hanno già avuto modo di andare in prima persona in un parco divertimenti e di entrare nella zona degli specchi deformanti dove l'immagine riflessa è decisamente diversa da quella dei normali specchi, con risultati divertenti e sorprendenti. Se i bambini non avessero esperienza diretta di questo tipo di specchio si potrebbero mostrare dei video presenti in rete, oppure si potrebbero utilizzare delle applicazioni che permettono di ottenere effetti simili deformando fotografie e video attraverso dei filtri (ad esempio [Face Bender](#) o [Photo Booth](#)).

Davanti a uno specchio di questo tipo i bambini rimangono molto stupiti, in quanto normalmente si ha esperienza di una "riflessione fedele" grazie agli specchi che si trovano in abitazioni e negozi (una riflessione che ricorda la trasformazione geometrica presentata all'inizio di questa pratica didattica, cioè la simmetria), tuttavia ora si trovano di fronte a una trasformazione diversa, ossia la *deformazione*.

Si può chiedere agli allievi di cercare di ipotizzare perché, secondo loro, i riflessi mostrati non sono tutti uguali: alcuni specchi allungano, altri accorciano, altri ancora allargano. Si può poi far riflettere gli allievi sulle differenti caratteristiche delle due trasformazioni, la simmetria e la deformazione, arrivando alla conclusione che la forma dell'immagine dipende dalla curvatura dello specchio.

Si può poi continuare la discussione stimolando gli allievi all'osservazione: *"Oltre agli specchi deformanti quali altri oggetti che comunemente abbiamo a casa permettono di deformare gli oggetti riflessi?"*. In questo senso, si possono portare in classe mestoli, ciotole, cucchiaini di varie dimensioni e distribuirne alcuni agli allievi divisi in gruppi. Ogni gruppo sperimenta e osserva l'immagine riflessa, notando che in base alla posizione dell'oggetto e al punto di vista da cui lo si osserva l'immagine cambia. Alcune deformazioni dei volti possono essere fotografate, stampate in modo da formare un originale collage di ritratti... decisamente divertenti!



Deformazioni su materiale elastico

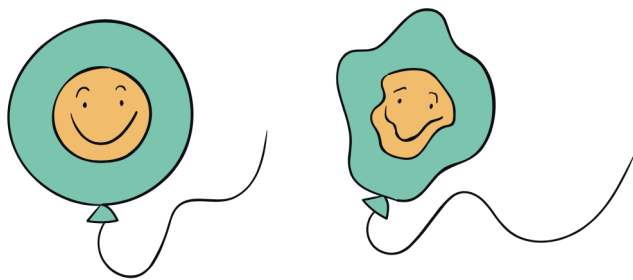
Per lavorare sulle deformazioni è possibile utilizzare materiali elastici come gommapiuma, palloncini, tessuti elastici, guanti in lattice ecc.

Ad esempio, si possono distribuire 4-5 palloncini ad ogni bambino, prestando attenzione a utilizzare quelli un po' grandi, in modo che risulti semplice disegnarci sopra. Si può chiedere inizialmente di disegnare sopra al palloncino sgonfio un soggetto a piacere, per esempio un emoji sorridente, e di riprodurlo uguale su un altro sempre sgonfio, cercando di immaginarsi come potrebbe diventare una volta gonfiato. Dopo averne gonfiato uno, gli allievi possono osservare i cambiamenti del soggetto deformato ed elencarli su un foglio: lunghezza delle linee, tipologie delle linee ecc. Discutendo e mettendo insieme le varie idee si scoprirà che alcune caratteristiche delle figure rimangono invariate, mentre altre no.

Analogamente si può chiedere di ripetere l'attività disegnando questa volta un poligono specifico, per esempio un quadrato o un rettangolo, e di immaginare la figura che si ottiene dopo aver gonfiato il palloncino: *"La figura ottenuta sarà ancora lo stesso poligono di partenza? Rimane un poligono?"*.

L'attività può proseguire chiedendo di ragionare in modo inverso, ossia di disegnare su un palloncino gonfio e poi di osservare come il soggetto si deforma man mano che il palloncino si sgonfia.





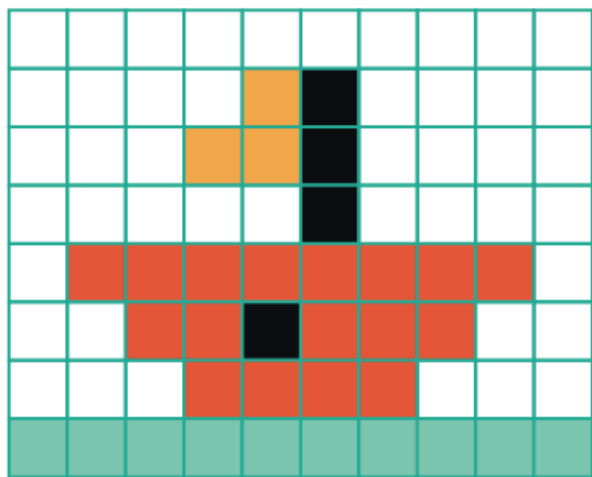
Un'attività simile può essere realizzata utilizzando come supporto per il disegno della stoffa elastica. La stoffa può essere stropicciata, allungata o tesa sopra una superficie curva, con effetti analoghi a quelli dati dal palloncino. Lo stesso può essere fatto realizzando personaggi con la gommapiuma. Si dà così l'avvio ad attività topologiche.

Nella scheda per l'allievo "Deformazioni" sono presenti degli spunti che possono accompagnare il lavoro in classe.

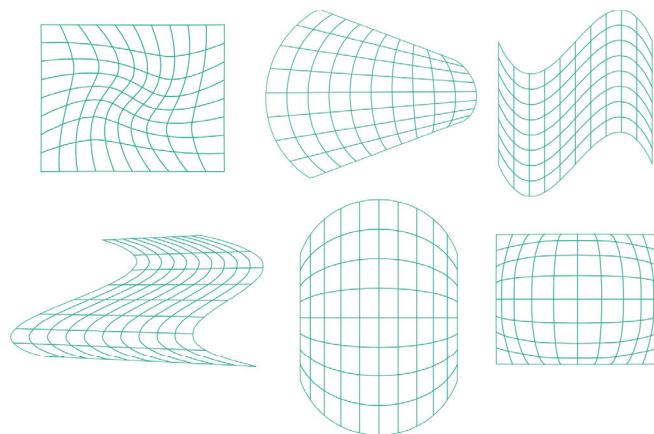


Deformazioni su griglia

Per questa attività è necessario consegnare una griglia quadrettata a ciascun allievo e chiedere di colorare alcuni quadretti a piacere in modo da ottenere un'immagine. Per i più piccoli si consiglia di prevedere la numerazione dei quadretti a lato della griglia in modo che siano facilitati nel trovare i riferimenti corretti. Per i più grandi si possono proporre griglie con un numero maggiore di quadretti.



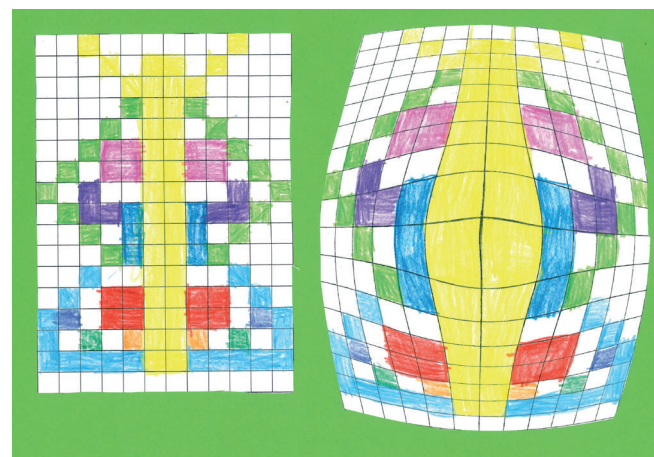
Si consegna poi una seconda griglia con lo stesso numero di caselle della prima, ma questa volta deformata, come ad esempio una delle seguenti:



Alcuni esempi di griglie deformate sono presenti nella scheda "Disegni deformati" o nella pratica didattica "Giochi fra griglie, diagrammi di Carroll e piani cartesiani", ma altre possono essere trovate online tramite motori di ricerca, oppure realizzate in prima persona attraverso applicazioni e software di elaborazione grafica di immagini.

Il compito degli allievi è, in questo caso, quello di colorare le regioni delle griglie deformate osservando i colori della prima griglia. Il risultato, analogamente a quello che avviene quando ci si osserva negli specchi dei luna park, è un soggetto deformato.

L'insegnante può porre l'attenzione degli allievi sulle caratteristiche della figura originale e di quella deformata, chiedendo loro di mettere in evidenza quali restano invariate (per esempio il numero di regioni colorate o il colore delle diverse parti che compongono la figura), e quali invece sono cambiate.



La stessa attività può essere resa più complessa proponendo di partire da un'immagine disegnata su griglia tramite segmenti. In questo caso gli allievi non devono più colorare le regioni, ma cercare di riprodurre i segmenti seguendo la de-



formazione della griglia, fino a osservare il risultato ottenuto, anche in questo caso deformato.

Una volta capito il gioco, si può chiedere agli allievi stessi di costruire delle griglie deformanti, stando attenti a mantenere lo stesso numero di caselle della prima, e divertendosi infine a scambiarsele con i propri compagni per osservare i risultati ottenuti.



Giochiamo con le ombre

Un'altra attività molto divertente che permette di affrontare il tema delle deformazioni in maniera ludica sono i giochi con le ombre. Alcuni bambini conoscono probabilmente le ombre cinesi e si sono già cimentati nella realizzazione di diversi soggetti posizionando le mani opportunamente davanti a un muro e sottoponendole alla luce di una lampada: l'ombra delle mani sul muro mostra figure strane simili ad animali o a oggetti.

In modo analogo si possono proporre agli allievi una serie di figure ritagliate da un cartoncino, oppure semplici oggetti dell'aula. Puntando la luce di una torcia o una lampada in una stanza in penombra, si possono osservare varie forme assunte dall'ombra degli oggetti sul muro, forme che variano in base all'inclinazione e vicinanza o meno della fonte di luce.

Con gli allievi più piccoli si possono osservare le deformazioni di semplici soggetti conosciuti, come per esempio frutti o animali. Con i più grandi invece è possibile provare a deformare poligoni conosciuti, come un quadrato, osservando quale altra figura può diventare a seconda dell'inclinazione della fonte di luce o della vicinanza o meno della stessa: ecco apparire un trapezio, o un rettangolo!





TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (I CICLO)

L'allievo:

- riconosce, denomina e descrive le più comuni figure del piano e dello spazio, oltre a semplici relazioni e strutture legate alla lettura della realtà che lo circonda;
- confronta, classifica e ordina lunghezze legate alla sua realtà ed effettua nel concreto misure per confronto con una grandezza scelta come unità;
- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto all'apprendimento quando si affrontano esperienze relative alla matematica.

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- riconosce, denomina, descrive e rappresenta figure (del piano e dello spazio), relazioni e strutture legate all'interpretazione della realtà o a una loro matematizzazione e modellizzazione;
- classifica le principali figure del piano in base a caratteristiche geometriche;
- confronta, classifica e ordina le più comuni grandezze ed effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali ancorate nel concreto;
- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;

- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- utilizza strumenti, convenzionali e non, per affrontare una situazione, in particolare strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra) e strumenti di misura (metro, contenitore graduato, goniometro ecc.);
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, tramite esperienze significative che gli permettano di cogliere in che misura gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

COLLEGAMENTI CON ALTRE DISCIPLINE



Area lingue



Studio
d'ambiente



Area arti



Area
motorietà

COMPETENZE TRASVERSALI

- Collaborazione (organizzazione del lavoro cooperativo, co-elaborazione).
- Pensiero riflessivo e critico (analisi/comprendimento, ricerca delle connessioni, interpretazione/giudizio, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).
- Pensiero creativo e risoluzione dei problemi (messa a fuoco del problema, formulazione di ipotesi).

FORMAZIONE GENERALE

Cittadinanza, culture e società.
Biosfera, salute e benessere.