

I SISTEMI NUMERICI DEGLI ANTICHI

Ambiti disciplinari: Numeri e calcolo; Grandezze e misure.



Situare antiche civiltà nello spazio e nel tempo.
Conoscere pratiche matematiche di altri popoli e altre epoche.
Individuare analogie e differenze tra il sistema numerico di altri popoli e altre epoche e il nostro sistema numerico.



Conteggio in generale; sistema numerico decimale in generale; addizione; tempo in generale.

Una volta che i bambini hanno preso dimestichezza con il nostro sistema numerico, decimale e posizionale, può essere affascinante intraprendere un viaggio, nel tempo e nello spazio, per scoprire che gli antichi popoli non scrivevano i numeri nel nostro stesso modo, mettendo a confronto i loro sistemi numerici con il nostro. Per ciascuna delle civiltà presa in esame, si suggerisce di fornire qualche dettaglio o aneddoto dal punto di vista geografico, storico e culturale (quando e dove sono vissuti, quali erano i loro usi e costumi, le divinità ecc.) per aiutare i bambini a contestualizzare il lavoro svolto. Ad esempio, si potrebbero mostrare illustrazioni di persone e zone evocative di quel periodo messe a confronto con fotografie attuali degli stessi luoghi, che possono anche essere visualizzati per un primo approccio intuitivo in cartine o nel mappamon-

do. Tuttavia, lo scopo di questo lavoro non deve essere nozionistico e fine a sé stesso, ma quello di riflettere e di acquisire maggior consapevolezza riguardo al funzionamento del nostro attuale sistema numerico. Alcune strategie efficaci consistono nel proporre l'uso di materiale concreto per rappresentare i numeri, ad esempio ricreandoli con plastilina, creta, argilla o altro materiale e nello sfruttare il supporto di storie, libri, fotografie o riproduzioni verosimili di reperti. In questa pratica viene proposta una selezione, non esaustiva, di sistemi numerici antichi, seguendo talvolta l'ordine cronologico, talvolta il grado di difficoltà del sistema stesso, e una varietà di approcci per trattarli con gli allievi del primo e del secondo ciclo, adattabili per la scoperta di qualsiasi sistema numerico.

Gli uomini primitivi e i numeri sulle ossa

"Come sono nati i numeri? Chi li ha inventati?": sono solo alcune delle domande che possono sorgere spontaneamente nei bambini o che possono essere stimolate dall'insegnante. Per rispondere si deve fare un salto indietro nel

tempo di almeno 30'000 anni, quando le quantità numeriche venivano rappresentate in modo iconico sfruttando la corrispondenza biunivoca, ovvero intagliando una tacca su un osso, e prima ancora molto probabilmente su un bastone di legno, per ogni oggetto considerato. Questo antico metodo per tenere la contabilità può di-



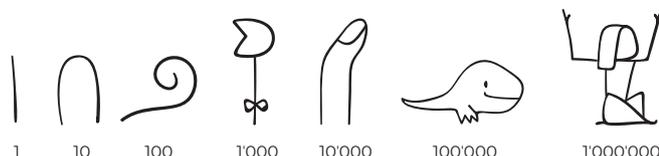
ventare il tema per un laboratorio da realizzare in classe con i bambini, per esempio preparando con la plastilina delle ossa finte o disegnandole su un foglio, e provando come gli uomini primitivi a incidere una tacca per ogni bambino presente in classe, per ogni lettera del proprio nome, per ogni penna che si ha sul banco, per ogni giorno del mese ecc. Si lavora così sulla *corrispondenza biunivoca*: ad ogni elemento corrisponde una e una sola tacca sull'osso e viceversa.



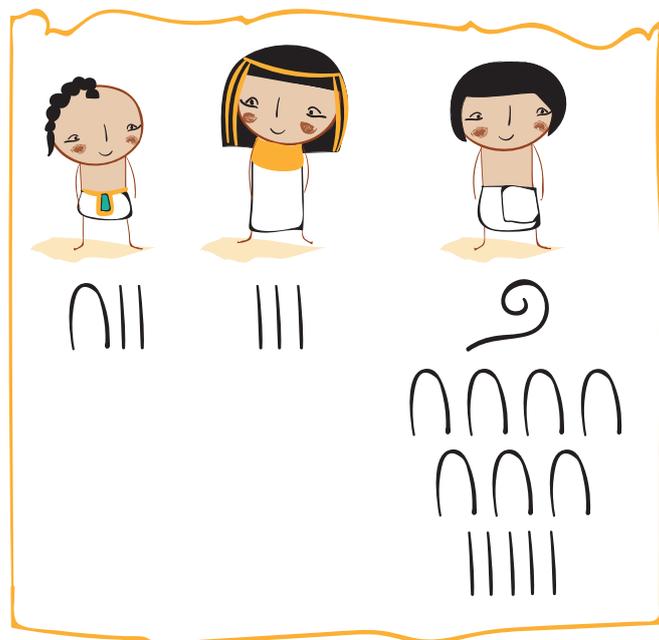
Delle attività analoghe possono essere introdotte, soprattutto nel primo ciclo, anche con la lettura collettiva del libro "La grande invenzione di Bubal" di A. Cerasoli (2012), in cui si parla di una bambina alle prese con la registrazione del numero di pecore facenti parte del proprio gregge: la mattina lascia uscire le pecore dalla grotta per mandarle al pascolo e la sera deve essere sicura che tutte siano rientrate. È possibile simulare la situazione narrata costruendo delle piccole pecore con la carta o con altri materiali, e riponendole tutte in una scatola che rappresenta la grotta. Al mattino le pecore vengono fatte uscire dalla scatola e il compito degli allievi è quello di trovare un modo, ancora una volta con ossa finte o bastoni, per registrarne il numero. Le pecore vengono sparpagliate per l'aula e nel pomeriggio vengono recuperate: la contabilità tenuta alla mattina potrà essere d'aiuto al fine di controllare se effettivamente tutti gli animali sono rientrati nella grotta.

Gli Egizi e i geroglifici

Un'altra scrittura antica di cui i bambini potrebbero aver sentito parlare sono i geroglifici degli antichi Egizi, che prosperarono nelle terre fertili lungo il fiume Nilo, dalla metà del IV millennio a.C., per tre lunghi millenni.



Ci si potrebbe chiedere: "Tra i geroglifici ci sono anche dei numeri?". Per motivare gli allievi e far leva sulla loro curiosità, si può sfruttare anche in questo caso il potere narrativo di alcune ottime storie per bambini, come "Ahmose e i 999'999 lapolisazzuli" di R. Petti (2008), o si possono mostrare alcuni geroglifici rinvenuti in un'antica piramide egizia tramite una fotografia o una riproduzione su un modello di papiro. Lavorando a piccoli gruppi si può lanciare la sfida di provare a rintracciare i numeri conoscendo alcune informazioni contestuali, come ad esempio che sul papiro sono registrati gli abitanti del palazzo reale di un grande faraone il quale aveva 12 figli, 3 mogli e 175 servitori. Il tutto è scritto con i numeri egizi sul papiro, accanto a tre icone facilmente riconoscibili di un bambino, di una donna e di un servitore. Tocca agli allievi capire a che cosa corrisponde ciascun simbolo e poi, una volta interpretati, provare a scrivere altri numeri con questi simboli.



Essendo i geroglifici, tra tutti i simboli numerici presentati in questa pratica, quelli più "artistici", si potrebbe proporre ai bambini di disegnare, come gli antichi Egizi, un grande fregio geroglifico affiancando più cartelloni sulle pareti dell'aula o del corridoio. Può essere interessante chiedere agli allievi di inventare un proprio personale sistema numerico, dove a immagini da loro scelte vengono associati determinati valori numerici. Tali sistemi possono essere scambiati tra i compagni.

I Sumeri e i calcoli

"Sono stati inventati prima i numeri o le lettere?": ecco un'altra domanda che può stimolare la curiosità dei piccoli allievi che stanno imparando a leggere e a scrivere. Per rispondere a questa domanda



si può proporre un viaggio nel tempo, alla scoperta del popolo che ha inventato la scrittura e che incise su tavolette di argilla, come primi simboli scritti, proprio i numeri. Si tratta della civiltà dei Sumeri che fiorì tra il IV e il III millennio a.C. nella pianura che si estende nella parte meridionale della Mesopotamia, l'attuale Iraq. Questa scoperta può essere accompagnata da un supporto narrativo, come la lettura della storia di "Uri, il piccolo sumero" di R. Petti (2008), scoprendo i *calcoli* ovvero i sassolini di argilla che i Sumeri usavano per rappresentare i numeri.



Si possono proporre laboratori in cui si costruiscono, anche seguendo le fasi del racconto, i piccoli coni e le piccole sfere, con la plastilina o altro materiale. Nel primo ciclo questa proposta può essere un'occasione per lavorare non solo sulla corrispondenza biunivoca per quantità numeriche entro il 9, per le quali a ogni elemento di una collezione si fa corrispondere un piccolo cono, ma anche per introdurre la decina, scoprendo che ogni gruppo da 10 piccoli coni si può sostituire con una piccola sfera. I bambini possono rappresentare i nostri numeri indo-arabi nel sistema sumero, ossia usando i calcoli costruiti, riportandone ad esempio il disegno sul quaderno, decifrando le quantità indicate su tavolette proposte dall'insegnante o dai compagni e proponendo a loro volta numeri da decifrare. Contando i piccoli coni a 10 a 10, sostituendo ogni gruppo di 10 piccoli coni con una piccola sfera, si consolida la misura di valore del numero (una piccola sfera vale 10 piccoli coni) e si lavora sul concetto di *decina* e più in generale sulla *scomposizione di un numero in decine e unità*. Proponendo poi la decodifica di quantità sempre più grandi, arrivando a superare il numero 59, si scoprirà che i Sumeri, diversamente da noi, compivano la sostituzione successiva non a dieci decine (100) ma a sei decine, introducendo il simbolo a forma di grande cono per il 60, di grande cono perforato per il 600, grande sfera per il 3'600 e di grande sfera perforata per il 36'000. Nel secondo ciclo si può approfondire questo primo spunto di confronto tra il nostro sistema decimale e il sistema sessagesimale, con cui indichiamo tutt'oggi i minuti e i secondi, anche lavorando su altri sistemi numerici come quello del Babilonesi.

I Babilonesi e il sistema sessagesimale

In particolare nel secondo ciclo, gli allievi avranno già affrontato lo studio di grandezze, come il tempo o l'ampiezza degli angoli, per cui si usano unità di misura che non seguono un sistema decimale, bensì un *sistema sessagesimale*. Un possibile approfondimento, in questo senso, consiste nell'esplorazione del sistema numerico dei Babilonesi, la cui civiltà, costituitasi nel II millennio a.C. in Mesopotamia, ereditando le tradizioni e la cultura di civiltà precedenti come quella sumera, aveva messo a punto un sistema posizionale in base 60 per scrivere i numeri, facendo uso di due soli simboli cuneiformi: un "chiodo verticale" o "cuneo" e un "punzone" con la punta diretta a sinistra o "angolo". Una prima attività di decodifica da proporre in aula può essere proprio quella di portare una tavoletta o un'immagine in cui sono stati riprodotti i primi numeri babilonesi da 1 a 59:

𐎶 1	𐎶𐎶 11	𐎶𐎶𐎶 21	𐎶𐎶𐎶𐎶 31	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 41	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎷 2	𐎷𐎶 12	𐎷𐎶𐎶 22	𐎷𐎶𐎶𐎶 32	𐎷𐎶𐎶𐎶𐎶 42	𐎷𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎸 3	𐎸𐎶 13	𐎸𐎶𐎶 23	𐎸𐎶𐎶𐎶 33	𐎸𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎸𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎹 4	𐎹𐎶 14	𐎹𐎶𐎶 24	𐎹𐎶𐎶𐎶 34	𐎹𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎹𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎺 5	𐎺𐎶 15	𐎺𐎶𐎶 25	𐎺𐎶𐎶𐎶 35	𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎺𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎻 6	𐎻𐎶 16	𐎻𐎶𐎶 26	𐎻𐎶𐎶𐎶 36	𐎻𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎻𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎼 7	𐎼𐎶 17	𐎼𐎶𐎶 27	𐎼𐎶𐎶𐎶 37	𐎼𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎼𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎽 8	𐎽𐎶 18	𐎽𐎶𐎶 28	𐎽𐎶𐎶𐎶 38	𐎽𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎽𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎾 9	𐎾𐎶 19	𐎾𐎶𐎶 29	𐎾𐎶𐎶𐎶 39	𐎾𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎾𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎿 10	𐎿 20	𐎿𐎿 30	𐎿𐎿𐎿 40	𐎿𐎿𐎿𐎿 50	

I bambini sono invitati a decifrare, grazie alle regolarità degli esempi, il valore dei due simboli cuneiformi utilizzati. Si scopre così che fino a 59 i numeri babilonesi seguono regole additive, ripetendo fino a un massimo di 9 volte il simbolo del cuneo (che vale 1) e fino a un massimo di 5 volte il simbolo dell'angolo (che vale 10). Dal numero 60 in poi il sistema numerico si complica notevolmente assumendo una scrittura posizionale in base 60 (unità, sessantine, sessantine di sessantine e così via). Un modo interessante per esplorare il funzionamento di questo sistema con gli allievi può essere quello di lavorare in analogia con le *misure di tempo*: un minuto è formato da 60 secondi, un'ora da 60 minuti e quindi da 60 volte 60 secondi, ovvero 3'600 secondi. Un babilonese infatti scriverebbe un numero come se si trattasse di una quantità di secondi da convertire in ore, minuti e secondi. Ad esempio consideriamo il numero 5'535, che potremmo vedere come 5'535 secondi. Ci chiediamo: "Quante ore sono trascorse in 5'535 secondi?". Per rispondere occorre calcolare quante volte 3'600 secondi (ossia un'ora) sono contenuti in 5'535 secondi, effettuando una



divisione con resto o svuotando progressivamente il dividendo (5'535), sottraendo ripetutamente 3'600. Si scopre così che 5'535 secondi equivalgono a 1 ora e 1'935 secondi. Si ripete lo stesso ragionamento con i secondi restanti che vengono divisi per 60 per scoprire "A quanti minuti equivalgono 1'935 secondi?". Alla fine di questo processo, si ricava che $5'535 = 1 \times 3'600 + 32 \times 60 + 15$, ossia 5'535 secondi equivalgono a **1** ora, **32** minuti, **15** secondi. È proprio in questo modo che i Babilonesi avrebbero scritto il numero 5'535:

ore	minuti	secondi
1	32	15

Le unità dei babilonesi da 1 a 59 corrispondono ai nostri secondi, le sessantine babilonesi corrispondono ai nostri minuti e le sessantine di sessantine babilonesi corrispondono alle nostre ore.

Lo stesso ragionamento può essere proposto all'inverso, partendo da un'attività molto pratica, come misurare la durata di una certa attività scolastica (ad esempio 24 minuti, 43 secondi) e provare a scrivere tale grandezza, come avrebbero fatto i Babilonesi:

minuti	secondi
24	43

Il docente propone quindi di calcolare quanti secondi sono trascorsi in tutto. Segue una raccolta e una condivisione di strategie dei bambini per arrivare a trovare che sono trascorsi $24 \times 60 + 43$ secondi, ossia 1'483 secondi. Nella seconda riga della tabella non troviamo nient'altro che il numero 1'483 scritto nel sistema numerico babilonese.

I numeri maya

Un altro quesito che può stimolare la curiosità degli allievi è il seguente: "Chi ha inventato il numero zero?". Per trovare la prima civiltà che usò esplicitamente un simbolo per lo zero, occorre spostarsi oltreoceano, nell'America precolombiana e più precisamente in una zona che comprende l'odierno sud-est messicano, il Guatemala e il Belize, oltre a porzioni occidentali dell'Honduras e di El Salva-

dor. Qui intorno al 300 a.C. fiorì e prosperò la civiltà Maya.

	•	••	•••	••••
0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

Nel primo ciclo si può iniziare a scoprire come i Maya scrivevano i numeri entro il 19, servendosi di fagioli per rappresentare le unità e di legnetti per rappresentare le cinque (5 unità). Anche in questo caso una strategia efficace consiste nel far lavorare i bambini con del materiale concreto per rappresentare i numeri, iniziando a contare con fagioli fino al numero 4 e utilizzando un legnetto per il 5. Si chiede ai bambini di proseguire nell'esplorazione: "Come rappresenterebbero, con questi elementi e informazioni, i numeri fino al 10? E i numeri tra 10 e 19?". Si tratta di un'occasione per lavorare non solo sulla funzione valore del numero (un legnetto vale 5 fagioli), ma anche sulla scomposizione di un numero in cinque e unità, usando la base 5 per noi insolita (ad esempio, descrivendo il numero 17 come 3 legnetti-cinque e 2 fagioli-unità, si lavora sulla scomposizione $17 = 3 \times 5 + 2$). Il terzo e ultimo simbolo che i Maya hanno introdotto nel loro sistema numerico è proprio lo zero, raffigurato come una conchiglia vuota, e serve per scrivere i numeri dal 20 in poi, tema che si può sviluppare con i bambini nel secondo ciclo. Infatti può essere interessante scoprire che i Maya contavano per ventine, e non per decine come noi, ma avevano un sistema di numerazione posizionale proprio come il nostro. Questa caratteristica si può esplorare con i bambini, proponendo loro la scrittura del numero 20: una conchiglia vuota (simbolo dello zero) al livello delle unità e un fagiolo posto sopra la conchiglia, a un livello superiore, ossia quello delle ventine. Partendo dal 20, mantenendo quindi fisso il fagiolo al livello superiore, si può provare insieme agli allievi ad aggiungere una per una le 19 unità maya, fino a raggiungere la ventina successiva: il numero 40, rappresentato dalla conchiglia al livello delle unità e da due fagioli al livello delle ventine. Si consiglia di mettere bene in evidenza i due livelli per esempio con una tabella a due righe.



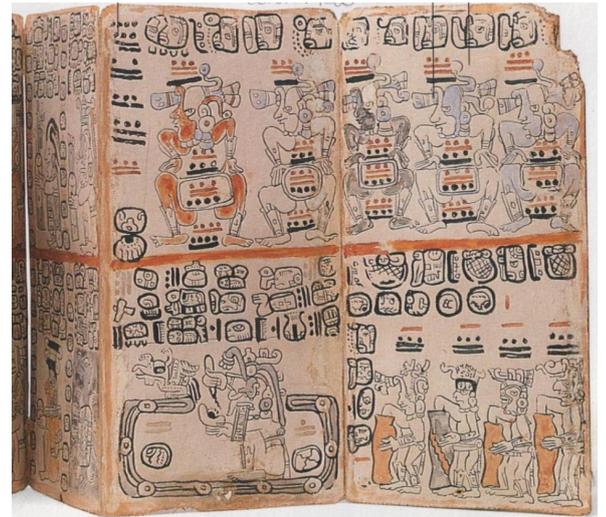


Gare, attività e giochi con i numeri antichi

Quando si lavora su un certo sistema numerico, si possono organizzare delle sfide a gruppi che coinvolgono gli allievi, allenando il riconoscimento dei simboli numerici appena scoperti o in fase di esplorazione. Di seguito vengono proposte alcune possibili attività.

- **Gare di decodifica:** il docente propone un numero rappresentato in un sistema antico e chiede ad ogni squadra di decifrarlo nel minor tempo possibile trovando il corrispondente numero scritto in cifre indo-arabe (e viceversa). Una variante consiste nel chiedere ad ogni squadra di scrivere un "numero grande" nel sistema numerico antico indicato dal docente, poi di passarlo all'altra squadra che deve decifrarlo; vince la squadra che riesce a trovare il corretto valore numerico nel minor tempo possibile.
- **Gare di ordinamento:** il docente distribuisce ad ogni squadra dei cartellini plastificati con dei simboli numerici scritti nel sistema antico (gli stessi per ogni squadra) e chiede di metterli in ordine dal minore al maggiore (o viceversa) nel minor tempo possibile.
- **Gare di velocità tra sistemi numerici:** se sono stati affrontati diversi sistemi numerici, è possibile proporre delle gare di velocità tra sistemi numerici differenti per valutare pregi e limiti di ciascuno: "Chi rappresenterà più velocemente il numero sessantotto: un egizio o un romano?", "Chi userà più simboli?". Allo stesso modo, è possibile proporre gare di velocità di calcolo utilizzando i diversi sistemi di numerazione, e analizzando i motivi che portano un sistema a essere più o meno adatto agli algoritmi scritti conosciuti dagli allievi.
- **Caccia al tesoro:** il docente organizza in aula, per la scuola o nel cortile una caccia al tesoro, nascondendo tanti cartoncini plastificati con diversi simboli e chiedendo ai bambini, suddivisi in squadre, di ricercare come piccoli archeologi solo i simboli che rappresentano i numeri in un dato sistema numerico (per esempio, solo i numeri maya). Ogni cartoncino che la squadra ritiene valido viene presentato al docente, che assegna un punto alla squadra se si tratta di un numero scritto nel sistema indicato, o altrimenti toglie un punto. Una variante consiste nel nascondere dei pezzi di un documento originale (sempre sotto forma di cartoncini plastificati) che viene mostrato ai bambini per circa 30 secondi e che poi è da ricomporre come un puzzle tutti insieme, una volta ritrovati tutti i pezzi.

Per rendere più accattivante la sfida proposta, i pezzi del documento possono essere mischiati a pezzi falsi del puzzle, magari appartenenti a documenti di altre civiltà. Una volta ricomposto il puzzle, ogni squadra deve decifrare i numeri che vi sono scritti. È inoltre possibile chiedere ad ogni gruppo di inventare una storia o un problema relativo a questo documento: "Quale messaggio vi sarà nascosto?".



- **Scrittura dei numeri:** si possono adattare, usando i numeri degli antichi, tutte le attività che vengono solitamente proposte per l'avvicinamento alla scrittura dei numeri indo-arabi (ad esempio attività sul grafismo come i numeri sulla schiena o nella sabbia) o sfruttando attività di routine (ad esempio scrivere la data come la scriverebbe un bambino sumero).
- **Diverse rappresentazioni dei numeri:** si possono inoltre adattare giochi classici che favoriscono il riconoscimento e la decodifica dei numeri per chiedere ai bambini di associare i numeri degli antichi ai numeri indo-arabi corrispondenti: ad esempio ruba bandiera, in cui le pettorine dei giocatori presentano numeri antichi per una squadra (es. la squadra dei Romani) e indo-arabi per l'altra; oppure memory o domino con la doppia rappresentazione dello stesso numero in due sistemi numerici differenti; o ancora, carte di battaglia con i numeri degli antichi.



Linea del tempo

Soprattutto nel secondo ciclo, man mano che i bambini scoprono un popolo ed esplorano il suo sistema numerico, si può costruire in aula una linea del tempo per situare nella storia dell'uomo



le diverse civiltà, che si sono susseguite o che si sono sviluppate simultaneamente, le scoperte fatte e i sistemi utilizzati. Ciò aiuta a situarli non solo nello spazio (con foto, cartine e mappamondo) ma anche nel tempo. In questo senso, può essere interessante studiare nello specifico il viaggio compiuto dal sistema indo-arabo fino alle nostre latitudini, nello spazio e nel tempo: *“In che modo sono arrivate fino a qui le nostre dieci cifre?”; “Chi le ha portate?”; “Perché quello indo-arabo è diventato uno dei sistemi numerici maggiormente utilizzati al mondo, soppiantandone altri utilizzati in tempi antichi?”.*



Inventiamo un sistema numerico

Dopo aver visto alcuni esempi di sistemi numerici antichi, averne scoperto il funzionamento e provato a rappresentare e a decodificare i numeri seguendone le regole, un'attività divertente consiste nel chiedere ai bambini, individualmente o a gruppetti, di inventare un proprio sistema numerico, per poi spiegarlo o farlo dedurre ai compagni. Questa proposta permette di sviluppare, tra le altre competenze trasversali, anche il pensiero creativo dei bambini, e a farli ragionare ulteriormente sulle caratteristiche dei diversi sistemi numerici già presentati in classe (sistema posizionale, sistema additivo).



TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (I CICLO)

L'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali almeno fino a 100 in contesti legati principalmente al quotidiano e sa effettuare ordinamenti, stime, conteggi di raccolte alla sua portata numerica;
- esegue calcoli mentali e mentali-scritti che coinvolgono addizioni almeno fino al 100 e sottrazioni in casi più semplici;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri.

- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri.

COLLEGAMENTI CON ALTRE DISCIPLINE



Studio dell'ambiente



Area arti

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali, i numeri decimali e le frazioni in contesti reali e ideali; sa ordinare i numeri naturali e decimali;
- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali e sa effettuare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;

COMPETENZE TRASVERSALI

- Pensiero riflessivo e critico (analisi/comprendimento, ricerca delle connessioni, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).

CONTESTI DI FORMAZIONE GENERALE

Cittadinanza, culture e società.