

INVENTARE I PROBLEMI

Ambiti disciplinari: Numeri e calcolo; Geometria; Grandezze e misure.



Inventare problemi in ambito matematico.



Operazioni in generale; figure dello spazio; figure del piano in generale; lunghezza in generale; relazioni tra perimetro e area di figure; volume e capacità in generale; tempo in generale; valore monetario; conversioni di unità di misura convenzionali.

Un problema di matematica proposto in ambiente scolastico ha spesso la caratteristica di essere eteroposto, ossia formulato da una persona (l'insegnante, l'autore di una scheda, il personaggio di una storia ecc.) diversa rispetto a colui che lo deve risolvere, l'allunno. Questa caratteristica è una delle cause di mancanza di motivazione e di interesse da parte degli allievi nei confronti della risoluzione dei problemi e anche dell'attivazione di strategie risolutive routinarie poco efficaci. Tale caratteristica può essere in parte aggirata proponendo agli allievi di inven-

tare problemi, rendendoli così autoposti, cioè formulati dai bambini stessi in contesti legati a situazioni problema di cui sono loro stessi i protagonisti.

Le attività di creazione dei problemi permettono di lavorare in modo congiunto su competenze matematiche e linguistiche, consentendo di approfondire diversi aspetti inerenti vari processi risolutivi: le possibili strategie da adottare, la complessità del compito, le componenti metacognitive ecc. partendo da scelte stabilite autonomamente dai bambini stessi.

PROBLEMI NELLA REALTÀ

All'interno delle routine di ogni classe ci sono diverse situazioni che possono fornire spunti ai docenti per la formulazione di semplici problemi aritmetici (ma non solo), fin dai primi giorni di scuola. Il conteggio dei bambini presenti, la distribuzione del materiale, la formazione di gruppi di lavoro permettono ad esempio di lavorare sulle operazioni con numeri alla portata dei bambini; la disposizione dei banchi, l'organizzazione dei cartelloni da appendere possono invece fornire spunti per problemi geometrici o

relativi all'ambito di grandezze e misure.

Per quanto riguarda i problemi più semplici, l'insegnante li può formulare oralmente, come domanda rivolta alla classe, ad esempio "*Quanti bambini sono presenti oggi che ci sono tre assenti?*". I bambini adotteranno strategie diverse per fornire la risposta: l'importante è saper valorizzare tutti gli approcci spontanei incentivandoli a condividere con i loro compagni le scelte e i metodi adottati per giungere alla soluzione. Dalla discussione di classe i bambini possono imparare nuove strategie, confrontarle e individuare quale sia quella più adatta al problema e alle proprie capacità.



Nel caso di problemi più complessi, ad esempio “*Quanti di questi cartelloni riusciremo ad appendere sulla parete?*”, l’insegnante può adottare metodi diversi, lasciando anche qualche giorno per pensarci, chiedendo di fornire risposte scritte, di lavorare in piccoli gruppi ecc.

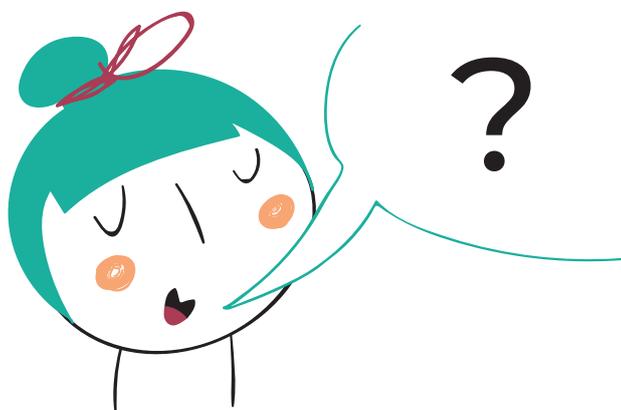
È importante inserire la formulazione e risoluzione dei problemi nella pratica quotidiana ponendo problemi di varie tipologie, il più possibile vicini alla vita di classe e che possano portare realmente un’utilità per gli allievi o una modifica della realtà.

Quando i bambini avranno acquistato confidenza con questa modalità di porre e risolvere problemi, può essere chiesto a loro stessi di inventare un problema legato alle loro esperienze personali o alla realtà scolastica che li circonda. Ad esempio, durante il racconto del weekend da parte degli alunni, si può chiedere di individuare se ci sia stato un problema da risolvere, di che tipo, se e come sia stato risolto o se si possa chiedere l’aiuto dei compagni per trovarne una soluzione. Con questa attività si può lavorare anche sul significato che i bambini associano al termine “problema”, sul differenziare i vari tipi di problemi che possono capitare nella vita quotidiana, sullo sviluppo di un atteggiamento positivo nei confronti della risoluzione dei problemi.

COMPLETARE IL PROBLEMA

Prima di chiedere ai bambini di inventare o riformulare dei problemi testuali si possono proporre dei problemi con alcune parti mancanti, chiedendo ai bambini di completarli, facendoli scaturire il più possibile dalla vita di classe.

Ad esempio, si può fornire il testo iniziale, chiedendo ai bambini di inventare una o più domande, o viceversa, si consegnano le domande ai bambini e si sollecitano a inventare un enunciato, oppure si possono nascondere delle parole o dei dati numerici di un testo e si chiede ai bambini di completarlo. L’intento è creare una ricca varietà di proposte facendo sbizzarrire la fantasia del docente e degli allievi.



ALCUNI PROBLEMI DA COMPLETARE

- Sara ha 10 franchi e vuole comprare delle bamboline della collezione “Fate volanti” che costano 2 franchi l’una.
Inventa una domanda per questo problema.
- Sara ha 10 franchi per comprare dei giochi in cartoleria. Le bamboline delle “Fate volanti” costano 2 franchi l’una, le macchinine “SuperRace” costano 3 franchi l’una, mentre una scatola di biglie costa 1,50 franchi.
Inventa una o più domande per questo problema.
- Sara legge i costi di alcuni giochi su di un catalogo:
Bamboline “Fate volanti”: 2 franchi
Macchinine “SuperRace”: 3 franchi
Scatola di biglie: 1,50 franchi
Inventa una o più domande per questo problema.

Alcuni esempi di problemi in cui l’allievo deve inventare una o più domande. Nei tre esempi proposti il contesto rimane simile, ma le diverse formulazioni dei testi consentono diversi livelli di libertà ai bambini nella formulazione della domanda.



- La mamma di Andrea compie _____ anni. Andrea va al supermercato e vede che vendono solo pacchetti con _____ candeline. Quanti pacchetti deve comprare Andrea?
- Questa mattina il termometro segnava _____ gradi. Questo pomeriggio segnava _____ gradi. Di quanto è _____ la temperatura durante la giornata?
- Pietro e Carla hanno a disposizione dei fogli A4 e vogliono ritagliare da ciascuno di essi delle figure tutte congruenti tra loro. Pietro sceglie di dare alle sue figure questa forma:

mentre Carla sceglie questa forma:

Chi dei due riuscirà a usare tutto il foglio, sprecando meno carta possibile?

Esempi di problemi in cui devono essere inseriti dei dati numerici, delle parole o dei disegni per completare i testi.

- *Completa il testo di questo problema:*
Lucia è entrata al supermercato.

La cassiera ha dato a Lucia 3 franchi di resto. Quanto ha speso?

- *Inventa il testo di un problema che si può concludere con questa domanda:*
Quanti cubetti ci staranno nella scatola?
- *Inventa due problemi diversi che si possono concludere con questa domanda. Se vuoi puoi inventare anche altre domande per gli stessi problemi.*
Quanto tempo ha impiegato Marco?

Esempi di problemi in cui l'allievo deve inventare il testo del problema a partire dalla domanda finale.



RIFORMULARE IL PROBLEMA

Risulta molto interessante per gli allievi intraprendere attività di riformulazione di testi di problemi. Il testo del problema può essere inizialmente risolto dai bambini, chiedendo loro di concentrarsi in particolare su alcuni aspetti come: *“Quali informazioni sono importanti per comprendere questo problema? E per risolverlo? Quali sono gli elementi che possono creare difficoltà nella risoluzione? Come è possibile renderlo più comprensibile?”*

La riformulazione del problema può avvenire seguendo diversi criteri e scopi: si può chiedere di riformularlo tramite un registro diverso dal precedente (figurale, mimico, orale ecc.); di cambiare i protagonisti del problema inserendo amici e compagni o al contrario personaggi di fantasia; di trasformare il testo in un racconto più breve o in un racconto più lungo; di rendere il testo più chiaro; di rendere più facile o più complesso il processo risolutivo; di cambiare il contesto in cui si svolge la situazione, arricchendolo o rendendolo più vicino al vissuto del bambino; di cambiare le informazioni rilevanti per la risoluzione ecc. Soprattutto nel secondo ciclo l'attività di riformulazione di un problema può includere anche l'utilizzo di diverse tipologie e generi testuali. Per giustificare la richiesta di riformulare il problema si può immaginare di dover inviare il problema a un altro interlocutore. Questo espediente può essere utilizzato per creare una comunicazione tra classi diverse, ad esempio per

sottoporre ai bambini del primo ciclo problemi riformulati da alunni del secondo ciclo o per avvicinare i bambini della scuola dell'infanzia ai problemi di matematica proponendo le riformulazioni dei bambini del primo ciclo. È possibile anche chiedere ai bambini di prima elementare di riformulare un problema per renderlo adatto a quelli di seconda.

Le diverse formulazioni proposte dagli allievi possono essere condivise tra tutti i compagni di classe, per capire quali sono gli elementi individuati dai bambini per rendere un testo più facile, più difficile, più chiaro, più divertente, più comprensibile ecc. a seconda della consegna posta. Ci saranno bambini che per rendere un problema più facile o più difficile si saranno concentrati su dettagli del testo, come il tipo di prodotto acquistato (“coca cola al posto del latte, perché è una parola straniera!”), altri sul numero di parole da leggere (“più ci sono parole e si fatica a leggere più il problema diventa difficile”), altri sulla grandezza dei numeri (“più i numeri sono grandi più il problema diventa da seconda”) ecc. Nel primo ciclo è abbastanza inusuale che i bambini propongano di modificare la procedura risolutiva del problema per renderlo più adeguato a interlocutori più piccoli o più grandi, questa è una competenza che, se lavorata, viene acquisita nel secondo ciclo. Per esempio, i bambini possono pensare di fornire o meno un supporto grafico o di variare l'incognita del problema come nel seguente esempio adatto per una classe terza:

PROBLEMA ORIGINALE:

Lorenzo vuole ricoprire interamente il suo sottomano rettangolare, accostando dei foglietti quadrati, senza lasciare parti di piano vuote tra loro e senza sovrapporli. Ha completato metà del contorno del sottomano usando esattamente 8 foglietti sul lato lungo e 5 sul lato corto del sottomano.

Puoi aiutarlo a capire quanti foglietti gli mancano per completare il suo lavoro?

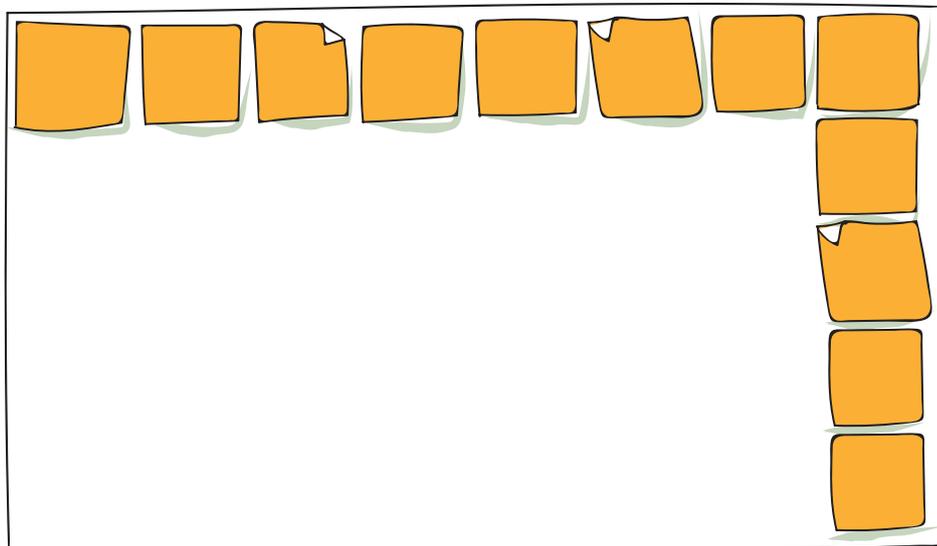
Processo risolutivo previsto:

il problema si può risolvere con una moltiplicazione; servono in tutto $8 \times 5 = 40$ foglietti. Lorenzo ne ha già disposti $8 + 5 - 1 = 12$ (perché quello al vertice va contato una sola volta), quindi gliene mancano 28.



POSSIBILE MODIFICA PER UNA CLASSE SECONDA:

Lorenzo sta ricoprendo il suo sottomano con foglietti quadrati ed è arrivato a questo punto.



Puoi aiutarlo a capire quanti foglietti gli mancano per completare il suo lavoro?

Processo risolutivo previsto:

l'allievo completa il disegno e conta i quadratini a uno a uno, oppure di 4 in 4 (sulle colonne) o di 7 in 7 o di 8 in 8 (sulle righe).

POSSIBILE MODIFICA PER UNA CLASSE QUINTA:

Lorenzo ha ricoperto interamente il suo sottomano rettangolare con foglietti quadrati senza lasciare parti di piano vuote tra loro e senza sovrapporli, e ne ha usati esattamente 40.

Quanti ce ne sono su ogni lato del sottomano?

Processo risolutivo previsto:

occorre individuare due numeri il cui prodotto sia 40.

Il problema ha più soluzioni: 8 e 5; 4 e 10; 1 e 40; 2 e 20 di cui alcune più plausibili di altre.



DALL'IMMAGINE FIGURALE AL PROBLEMA

L'invenzione di un problema può partire da uno stimolo grafico, ad esempio dall'osservazione di un disegno o di un fumetto.

Per inventare un problema partendo da una figura si possono utilizzare immagini di vario tipo:

disegni generici che possono fornire lo spunto per il contesto del problema o contenere alcuni dati numerici di riferimento; fumetti più dettagliati, in cui viene presentata una storia che fa emergere una situazione problematica; fotografie della realtà che permettono di ricollegarsi al vissuto dei bambini; immagini di un contesto di classe ecc.

ESEMPI DI IMMAGINI DA CUI INVENTARE IL PROBLEMA

Inventa un problema di matematica partendo dalla seguente immagine.



L'insegnante può discutere con i bambini quale sarà l'argomento del problema secondo loro, eventualmente accompagnato da un titolo come: "Gli allenamenti di calcetto" e chiedere loro di formulare il testo.

Ad esempio, alcuni testi associati a questa immagine possono essere:

- A pochi minuti dall'inizio dell'allenamento alcuni ragazzi sono già in campo e altri ancora negli spogliatoi. Quanti ragazzi sono presenti oggi all'allenamento?
- Oggi sono presenti 6 ragazzi all'allenamento di calcetto, ma nello spogliatoio si sono cambiati solo 5 ragazzi. Quanti ragazzi non hanno usato lo spogliatoio?
- Quanti sono i bambini che stanno giocando a calcio e quanti sono ancora a cambiarsi?
- I ragazzi che si stanno allenando vogliono fare una partita 5 contro 5. Quanti compagni devono chiamare dagli spogliatoi per poter fare le due squadre?



Osserva questa immagine per inventare il testo di un problema.

Prima di inventare il problema, stabilisci le seguenti informazioni: personaggi protagonisti, tempo, elementi, situazione.



Un esempio di risposte dei bambini davanti all'immagine a fianco:

- PERSONAGGI: Paperino e Paperina
- TEMPO: 14 febbraio, San Valentino
- ELEMENTI: cioccolatini
- SITUAZIONE: Paperino goloso mangia i cioccolatini

Il problema inventato con queste informazioni è il seguente:

“È il giorno di San Valentino e Paperino vuole fare un regalo a Paperina. Decide di comprarle dei cioccolatini e va in pasticceria. Arrivato in negozio, ne compra 20 alla vaniglia e 10 al cioccolato fondente.

Quanti cioccolatini ha comprato Paperino?

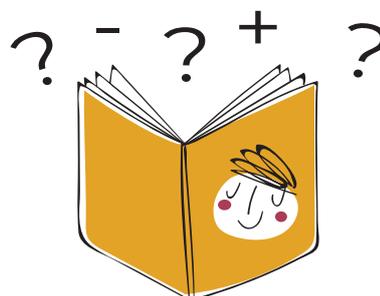
Nel tragitto per andare dalla sua Paperina, mangia la metà dei cioccolatini. Quanti cioccolatini regalerà a Paperina?”

DAGLI ALBI AL PROBLEMA

L'attività di creazione di nuovi problemi può prendere spunto anche da storie e racconti proposti dall'insegnante alla classe.

Per alcune storie, che già contengono un contesto problematico, la lettura può essere interrotta dall'insegnante al momento opportuno, quando uno dei personaggi deve affrontare un processo risolutivo. L'insegnante può chiedere ai bambini sia di riformulare con le proprie parole quale sia il problema che deve risolvere il personaggio (oralmente o con un disegno), sia di ipotizzare delle strategie risolutive. Procedendo con la lettura della storia si possono confrontare le soluzioni proposte dagli allievi con quelle trovate dai personaggi del racconto.

Possono essere anche forniti stimoli per creare un contesto significativo, fornendo personaggi, luoghi, ambientazioni, situazioni da utilizzare nei problemi matematici che i bambini dovranno inventare. I personaggi a cui i bambini sono più affezionati possono diventare i protagonisti di più problemi, da affrontare al limite a tappe di una storia, aumentando il legame emotivo con la pratica di invenzione e di risoluzione di problemi.



DAL PROCEDIMENTO RISOLUTIVO AL PROBLEMA

Per creare il testo di un problema si può anche lavorare “al contrario”: inventando un problema a partire da un’ipotetica risposta o da un possibile procedimento risolutivo.

La risposta da cui partire può essere solo un numero (5) nel caso in cui si voglia lasciare ai bambini molta libertà o una frase più articolata (Marta ha ricevuto 5 macchinine).

Lavorando invece a partire dal procedimento, inizialmente si può fornire solo un’operazione ($2 + 3$); mentre successivamente si possono proporre procedimenti più complessi in cui sono presenti ad esempio due o più operazioni risolutive da svolgere in un determinato ordine ($2 + 3 = 5$, $5 - 1 = 4$).

Nel primo ciclo si possono proporre alcuni enunciati da combinare con altrettanti procedimenti. Quando gli allievi avranno acquistato più familiarità con i significati delle operazioni si può chiedere loro di formulare liberamente l’enunciato; ciò avverrà prevalentemente nel secondo ciclo.

Noemi, Marco e Giuseppe hanno 6 figurine a testa. Giuseppe trova una figurina in più. Vogliono incollare le figurine in due pagine consecutive di un album. Quante figurine mettono in ogni pagina?

Questo tipo di attività permette di lavorare sul significato delle operazioni e sul loro utilizzo nei contesti quotidiani, con un approccio “capovolto” rispetto a quello abituale. Ad esempio, per inventare un problema che si possa risolvere con un’addizione i bambini rifletteranno su quali siano le diverse situazioni in cui ci si trova a sommare due numeri: quando si mettono insieme due diverse quantità di oggetti, quando si uniscono due lunghezze, quando si sommano i numeri dei dadi nel gioco dell’oca, quando si calcola il totale di una spesa, quando si aggiungono elementi ad un insieme ecc. Le diverse proposte inventate dai bambini rispetto alla stessa operazione data dall’insegnante possono far riflettere tutta la classe proprio su questi aspetti. Inoltre, questa attività può introdurre anche ad una riflessione sul senso del numero: a seconda dei numeri presenti nell’operazione alcuni problemi saranno più realistici di altri.

A titolo d’esempio, riportiamo i problemi inventati da due gruppi di alunni di quinta elementare associati all’espressione: $(3 \times 6 + 1) \div 2$.

La signora Lina compra per le zie 3 mazzi di fiori che costano 6 franchi l’uno. Per i fiocchi e i bigliettini aggiunge un franco. Divide la spesa con sua sorella Marta. Quanto dovrà darle Marta per il regalo alle zie?

Attraverso un confronto tra i testi prodotti, è interessante notare e discutere con gli allievi le caratteristiche dei due problemi inventati. Il primo problema (a sinistra) è stato inventato in un contesto che prevede una divisione nell’insieme dei numeri naturali e oggetti non ulteriormente frazionabili (le figurine), perciò dare significato

al resto 1 della divisione euclidea in questo contesto può risultare forzato. Il secondo problema (a destra), invece, è stato inventato nel contesto dei soldi e la divisione si svolge nell’insieme dei numeri razionali; il resto (1 franco) può quindi essere ulteriormente frazionato in 50 centesimi di franco per ciascuna sorella.

GLI INGREDIENTI DEL PROBLEMA

Per inventare un problema ci si può anche affidare alla sorte, facendo scegliere al caso alcuni degli elementi più significativi del problema da inventare, trasformando così l’attività in un vero e proprio gioco.

Ad esempio, si possono utilizzare due dadi “in-

venta problema” per scegliere quali debbano essere il contesto e i protagonisti del problema (il più possibile attinenti alla realtà di classe) e dei dadi “matematici” per stabilire i numeri o quale operazione sia necessaria per risolvere il problema (si veda ad esempio l’**Allegato 1**). Per avere i dati numerici, se si preferisce, ci si può affidare all’estrazione dei numeri della tombola, eventualmente riducendo il campo numerico a seconda delle competenze dei bambini.



Un altro modo per raccogliere le informazioni può essere quello di creare alcuni mazzi di carte da far pescare agli allievi e che contengano aspetti matematici e narrativi: l'operazione da svolgere, i dati, i nomi dei personaggi e delle parole da utilizzare, il contesto del problema ecc. (si vedano ad esempio le carte dell'**Allegato 2**). Interessante sarà osservare che a parità di ingredienti si possono avere testi diversi, o che ingredienti diversi possono portare a problemi diversi. Dopo aver discusso con la classe il grado di efficacia dei testi inventati, si può chiedere ai bambini di riflettere su cosa andrebbe cambiato nei problemi se uno degli spunti iniziali fosse diverso o per cambiare il processo risolutivo. In questo modo si può riflettere su quali siano gli elementi più caratteristici del problema, sia dal punto di vista linguistico che matematico. Ad esempio, cambiare i nomi dei personaggi lasciandoli coerenti nel testo non comporterà grosse modifiche all'enunciato e nulla dal punto di vista del processo risolutivo, mentre un contesto diverso potrebbe richiedere una nuova formulazione o risoluzione.

I dadi "inventa problemi" o i mazzi di carte con gli "ingredienti" dei problemi possono essere creati insieme ai bambini, rendendoli di difficoltà crescente e differenziandoli a seconda della classe e della tipologia di lavoro che si vuole svolgere.

Va considerato che l'invenzione di problemi, senza nessun ingrediente dal quale partire e nessun aggancio con la realtà può risultare molto complesso per gli allievi, soprattutto del primo ciclo; la stessa complessità che incontrano quando devono inventare storie senza alcun riferimento.

SCAMBIARSI I PROBLEMI

Dopo ogni attività di invenzione o di riformulazione si può proporre un'attività di risoluzione dei problemi inventati. I problemi possono essere scambiati tra gli allievi, in modo che ogni bambino debba risolvere un problema diverso da quello che ha inventato.

Durante la fase di scambio dei testi dei problemi, i bambini hanno l'occasione di riflettere su quali siano gli elementi importanti in un problema, accorgendosi di cosa funziona e di cosa no nei problemi inventati dai compagni. Dopo un primo scambio iniziale, se necessario, si possono raccogliere le osservazioni dei compagni incaricati di risolvere il problema chiedendo agli autori di rivedere la propria formulazione, oppure si può procedere con una fase di messa in comune e discussione: *"Quali sono i problemi che non siete riusciti a risolvere? Perché? Quali avete risolto con facilità? Quale problema vi ha coinvolto maggiormente?"* ecc.

Per la correzione dei problemi si può procedere in modo analogo, chiedendo ai bambini di controllare le soluzioni dei compagni e poi facendo una discussione di classe per individuare quali siano state le diverse strategie risolutive, quali quelle corrette, quali quelle errate e perché. L'intento è di favorire familiarità con i problemi, riducendo la spaccatura che si crea tra problemi matematici risolti a scuola e problemi della vita.





TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (I CICLO)

L'allievo:

- esegue calcoli mentali e mentali-scritti che coinvolgono addizioni almeno fino al 100 e sottrazioni in casi più semplici;
- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto all'apprendimento quando si affrontano esperienze relative alla matematica.

- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, tramite esperienze significative che gli permettano di cogliere in che misura gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

COLLEGAMENTI CON ALTRE DISCIPLINE



Area lingue



Area arti

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali e sa effettuare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;
- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;
- legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici concernenti gli ambiti coinvolti in questo ciclo;

COMPETENZE TRASVERSALI

- Sviluppo personale (messa a fuoco degli scopi, attivazione di strategie d'azione, rispetto delle regole e degli altri, autoregolazione, sensibilità al contesto).
- Comunicazione (identificazione scopo e destinatario, ideazione-pianificazione, elaborazione, revisione).
- Pensiero riflessivo e critico (analisi/comprendimento, ricerca delle connessioni, interpretazione/giudizio, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).
- Pensiero creativo e problem solving (messa a fuoco del problema, formulazione di ipotesi, attivazione strategie risolutive, atteggiamento positivo).



