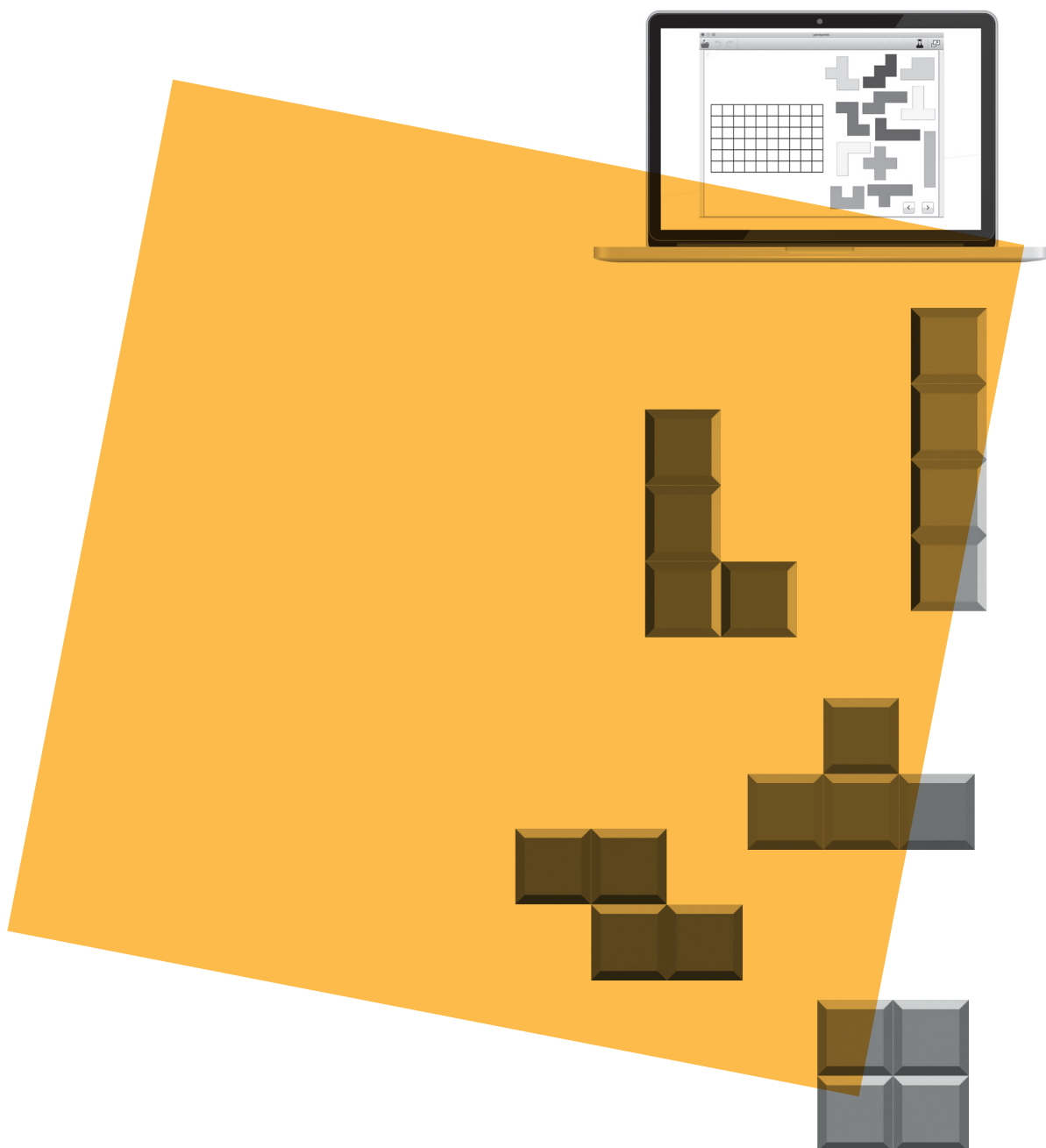




È tutto un tassello!

Dalla tassellazione all'area e perimetro di poligoni:
un percorso per la scuola elementare arricchito
dall'applicativo didattico Cabri.

Michela Bettoni, Ivan Bonfanti
e Silvia Fioravanti

COLLANA **PRATICAMENTE**

> AMBITO DISCIPLINARE ► **matematica**



Repubblica e Cantone Ticino
Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport

Scuola universitaria professionale
della Svizzera italiana

SUPSI

*"La tecnologia non tiene
lontano l'uomo dai grandi
problemi della natura,
ma lo costringe a studiarli
più approfonditamente."*

(Antoine de Saint-Exupéry)

Impressum

Collana *Praticamente* diretta dalla Divisione della scuola (DECS)
e dal Dipartimento formazione e apprendimento (SUPSI).

Comitato editoriale della collana

Claudio Della Santa (responsabile della Formazione continua SUPSI-DFA), Claudia Di Lecce (responsabile del Servizio comunicazione SUPSI-DFA), Daniele Parenti (direttore del Centro di risorse didattiche e digitali), Serena Ragazzi (aggiunta al direttore della Divisione della scuola), Rezio Sisini (direttore della Sezione delle scuole comunali).

Collana *Praticamente*, numero 6, *È tutto un tassello!*.

Autori

Michela Bettoni, Ivan Bonfanti e Silvia Fioravanti

Comitato scientifico e di redazione

Silvia Sbaragli (responsabile del Centro competenze didattica della matematica, SUPSI-DFA), Michele Canducci (docente-ricercatore), Elena Franchini (docente-ricercatrice senior) e Dario Raffaele (collaboratore scientifico) del Centro competenze didattica della matematica.

Coordinamento e editing

Claudia Di Lecce, Dipartimento formazione e apprendimento, Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana

Serena Ragazzi, Divisione della Scuola, Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport

Progetto grafico

Christian Demarta, eureka comunicazione visiva, Sementina

Impaginazione

Luca Belfiore

<https://scuolalab.ch/praticamente>

© 2021

Repubblica e Cantone Ticino

Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport

SUPSI, Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana

Dipartimento formazione e apprendimento

Stampa e rilegatura: Tipografia Cavalli, Tenero

ISBN 978-88-85585-48-5

PRIMA EDIZIONE

Ringraziamenti

Desideriamo ringraziare di cuore gli allievi delle nostre classi che hanno condiviso con entusiasmo e curiosità le attività presentate in queste pagine.

Un grande grazie a Elena, Silvia e Michele che ci hanno sostenuti e accompagnati nella redazione del libretto. Immaneabilmente le loro puntuali correzioni e i preziosi suggerimenti, sono stati per noi ulteriori e importanti tasselli per il nostro percorso formativo di docenti.

Michela, Ivan e Silvia

Prefazione

La collana *Praticamente* è un'iniziativa condivisa della Divisione della scuola (DECS) e del Dipartimento formazione e apprendimento (SUPSI).

Praticamente propone materiali didattici, in linea con il *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*, sviluppati e verificati nell'ambito di corsi di formazione continua svolti presso il DFA o altri enti formativi, ma anche esperienze nate e affinate nelle aule della scuola dell'obbligo, progetti nati dalla collaborazione tra docenti nell'ambito di gruppi di lavoro o di attività di istituto.

La collana vuole valorizzare e favorire la condivisione di esperienze significative di vario tipo svolte da docenti ticinesi: resoconti di percorsi tematici, narrazioni di esperienze formative, racconti di sperimentazioni o di esperienze interdisciplinari o collaborative, buone pratiche e altro ancora. I contenuti delle pubblicazioni che rientrano nella collana sono molto variati per tipologia e pubblico di destinazione. Caratteristica comune di tutti i materiali prodotti è la loro concretezza e applicabilità in quanto percorsi e stimoli prodotti da docenti e indirizzati a docenti.

I quaderni editi all'interno della collana *Praticamente* sono suddivisi in tre ambiti: DISCIPLINARE, PEDAGOGICO-DIDATTICO-METODOLOGICO e SVILUPPO SOCIALE E PERSONALE.

L'ambito disciplinare raccoglie tutte le esperienze esplicitamente afferenti alle diverse discipline, quello pedagogico-didattico-metodologico copre i processi di educazione e formazione (pedagogia) così come i metodi e le pratiche di insegnamento (didattica-metodologia). L'ambito sociale e personale si riferisce invece alle modalità di interazione del docente con il suo contesto professionale, come la collaborazione tra colleghi, le relazioni con gli allievi, le famiglie o con altri attori.

Ci auguriamo che questo nuovo progetto congiunto diventi presto un punto di riferimento per i docenti e che le pubblicazioni della collana possano divenire preziose fonti di ispirazione per la propria attività professionale.

Emanuele Berger

*Direttore della Divisione
della scuola*

Alberto Piatti

*Direttore del Dipartimento
formazione e apprendimento*

Introduzione

È con grande piacere che presento l'uscita di questo quinto libro della collana *Praticamente* a cura del Centro competenze didattiche della matematica del Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI. Nel libro viene presentato un percorso che si sviluppa tra reale e virtuale grazie all'utilizzo dell'applicativo didattico Cabri e che tratta specifici temi matematici (tassellazione, perimetro e area) proposti nelle diverse classi di scuola elementare. Per collocare il contributo può essere significativo ricordarne la storia che mi ha coinvolta in prima persona.

Sono trascorsi 15 anni da quando Marco Beltrametti, allora responsabile delle tecnologie presso l'Alta scuola pedagogica di Locarno, attuale Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della SUPSI, mi chiese di incontrare due docenti molto attivi che da anni sperimentavano software di matematica, ma che faticavano a trovarne uno adeguato per la scuola elementare e che manifestavano inoltre l'esigenza di avere un sostegno dal punto di vista disciplinare e didattico. È così che conobbi Alberto Battaini e Guido Gottardi, e in seguito anche gli altri entusiasti docenti a loro vicini, con i quali è nata una profonda e duratura collaborazione e amicizia. Proprio nell'anno successivo (novembre 2008) consigliai al gruppo di docenti di partecipare al convegno "Incontri con la matematica

• Dopo qualche anno, i coniugi Laborde decisero di chiamare il software Cabri, senza Elem; nome che rimane anche oggi.

•• Laborde, 2010;
Laborde & Marcheteau, 2008

••• DECS, 2015

n. 22", che già da anni co-dirigevo a Castel San Pietro Terme (Bologna): in quell'occasione, infatti, avrebbe tenuto una conferenza Colette Laborde, ideatrice insieme al marito del software Cabri Géomètre. Avrebbe in quella sede presentato le potenzialità dell'applicativo didattico Cabri Elem[•], un adattamento specifico per la scuola elementare del noto Cabri Géomètre, con un intervento dal titolo: "L'incontro tra reale e virtuale in Cabri Elem per attività matematiche nella scuola primaria".^{••} Il gruppo di docenti accettò l'invito e tutti insieme, a bordo di un pulmino a nove posti divenuto leggendario, diedero inizio alla prima esperienza al convegno, a cui ne seguirono altre. Fu in quell'occasione che organizzammo un incontro tra Colette Laborde e il gruppo di docenti del Ticino, dal quale nacque una profonda collaborazione che continua ancora oggi. Il gruppo assunse il nome di Cabri Ticino e scelse di realizzare personalmente i materiali (quaderni Cabri), invece di acquistare quelli già creati e in commercio per i vari paesi, così da adattare le proposte alle esigenze del territorio e al Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese^{•••}, per il quale si stavano iniziando i lavori di redazione. Sono stati anni di lavoro molto intenso, nei quali il gruppo ha prodotto una grande quantità di quaderni specifici per la scuola elementare e condotto diverse sperimentazioni nella scuola dell'infanzia ed

- A. Battaini et al., 2011;
L. Battaini et al., 2013

elementare.[•] Il gruppo ha inoltre tenuto relazioni a convegni, seguito lavori di diploma su questo tema presso il DFA e iniziato la diffusione di tale proposta nel territorio, grazie a formazioni specifiche coordinate dall'ispettrice Elena Mock. Negli anni i componenti del gruppo si sono modificati per via dei numerosi pensionamenti; attualmente è formato da sette docenti che organizzano le formazioni, seguono e accompagnano gli insegnanti che effettuano sperimentazioni nel territorio. Il gruppo è coordinato da Silvia Fioravanti, docente di scuola elementare che attualmente lavora presso il Centro di risorse didattiche e digitali (CERDD) di Bellinzona.

È in questo contesto che si inserisce questa pubblicazione, progettata, sperimentata e scritta da tre docenti di scuola elementare appassionati che hanno visto nei quaderni Cabri un interessante applicativo che può contribuire, di concerto con le fondamentali esperienze nel mondo reale, a sviluppare competenze matematiche e trasversali adatte per questo livello scolastico.

La proposta verte su rappresentazioni manipolabili, dinamiche e interattive che arricchiscono quelle che tradizionalmente vengono fornite o realizzate dagli allievi e che possono consentire una profonda riflessione sulle proprietà dei concetti matematici in gioco.

Il percorso presentato in questo testo è incentrato

su proposte che coinvolgono attivamente gli allievi e li sollecitano a esplorare, provare, sperimentare e verificare. È inoltre un percorso nel quale l'errore assume un grande valore formativo, dato che è contemplato dalle attività stesse. Il fatto che molte volte sia poi l'applicativo stesso a segnalare la correttezza o meno delle scelte dei bambini, non consentendo di proseguire con l'attività, fa sì che non sia sempre e solo il docente il depositario della validazione dell'operato degli allievi, bensì un computer, percepito solitamente dagli allievi come non giudicante. Se in più le proposte vengono gestite con entusiasmo, consapevolezza e criticità da parte dei docenti si crea un contesto nel quale il supporto delle tecnologie didattiche può avere una grande influenza sull'interesse e sullo sviluppo cognitivo dei bambini.

Ci auguriamo quindi che altri docenti, spinti dalla lettura di questo testo, possano avvicinarsi ai quaderni Cabri e alla relativa formazione per sperimentare proposte da affiancare a quelle tradizionali.

Silvia Sbaragli

*Responsabile del Centro competenze
didattica della matematica*

INDICE

RINGRAZIAMENTI	3
PREFAZIONE	4
INTRODUZIONE	6

1. IL SOFTWARE CABRI	12
Progetto Cabri in Ticino	13
La nostra proposta didattica: tassellazione, area e perimetro dalla I alla V elementare	15

2. ALCUNI ASPETTI DIDATTICI E CONCETTUALI	17
La tassellazione	17
Perimetro e area	18

3. ATTIVITÀ PER LA I E II ELEMENTARE	22
Tasselliamo con Pezzettino – cornice di senso e situazione problema	22
Attività di sviluppo	23
Conclusione	28

4. ATTIVITÀ PER LA III, IV E V ELEMENTARE	29
Perimetro e area con il gioco del Tetris – cornice di senso e situazione problema	29
Attività di sviluppo: classe III	33
Poligoni che tassellano e poligoni che non tassellano	33

La tassellazione con i quaderni Cabri	33
Creiamo un "nuovo Tetris"	45
Conclusione: giochiamo al nuovo gioco del Tetris	47
Attività di sviluppo: classi IV e V	48
Gioco dei Pentamini	48
Gioco del Pentatetris a coppie	50
Congruenza con i pentamini	50
Ricopri la scacchiera	51
Costruiamo delle carte da gioco	65
Conclusione: utilizziamo le carte da gioco	66

5. ATTIVITÀ DI VALUTAZIONE CON IL TANGRAM 67

...in conclusione 69

BIBLIOGRAFIA	70
Libri	70
Sitografia	71

1.



IL SOFTWARE CABRI

Cabri è un software didattico nato dall'idea di creare uno strumento digitale per sostenere e migliorare l'apprendimento degli allievi in ambito matematico, attraverso l'azione su modelli e oggetti che non sempre sono fisicamente disponibili. È un software dinamico che permette di compiere manipolazioni su oggetti aritmetici e geometrici altrimenti difficili e complesse da realizzare in ambiente reale. Attraverso l'interazione con il software l'allievo ha la possibilità di esplorare questi oggetti, mantenendo inalterate molte delle loro proprietà matematiche (1.1).

Il progetto Cabri Géomètre nasce negli anni Ottanta dall'idea di ricerca di Jean-Marie Laborde di creare uno strumento informatico valido per il lavoro in classe, con il supporto didattico dalla moglie Colette Laborde. La novità di un software con il quale favorire l'esplorazione delle proprietà degli oggetti geometrici e delle loro relazioni ha suscitato l'interesse di ricercatori e insegnanti e ha favorito l'evoluzione e la diffusione del programma.

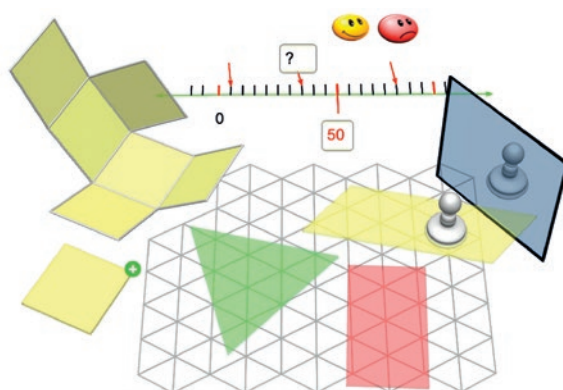
Nel 1988 Cabri ottiene il premio Apple come miglior software educativo.

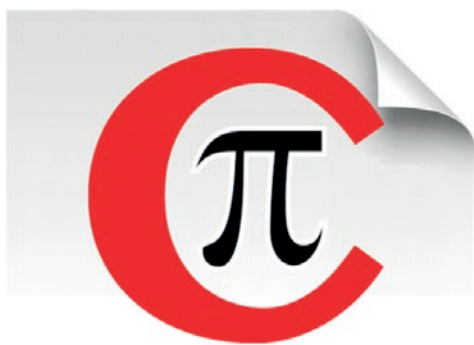
Nel tempo il progetto si è sviluppato dando vita a una società, chiamata Cabrilog, che tuttora si occupa di sviluppare il software adeguandolo all'evoluzione delle esigenze pedagogiche, didattiche e tecnologiche della società. All'inizio tale software era pensato prevalentemente per le scuole medie e superiori, in seguito si è specializzato anche per il mondo della scuola elementare.

Il significato del termine Cabri è *cahier de brouillon interactif* (quaderno a brutta copia interattivo) (1.2) a sostegno della missione del software di essere uno spazio di lavoro virtuale dinamico, in cui l'allievo è protagonista del progetto didattico e opera attiva-

1.1

Immagini di copertina della pagina dedicata al Progetto Cabri sul portale ScuolaLab.





1.2

Logo di un file Cabri.

mente nella costruzione del proprio apprendimento. Lavorando con Cabri, infatti, il bambino ha la possibilità di esplorare e provare, procedere per tentavi, formulare e verificare ipotesi, progettare, sperimentare, argomentare, validare le proprie scelte, raccogliere dati e confrontarli con le ipotesi precedentemente formulate ecc. agendo quindi come se lavorasse su un “tradizionale” foglio a brutta copia.

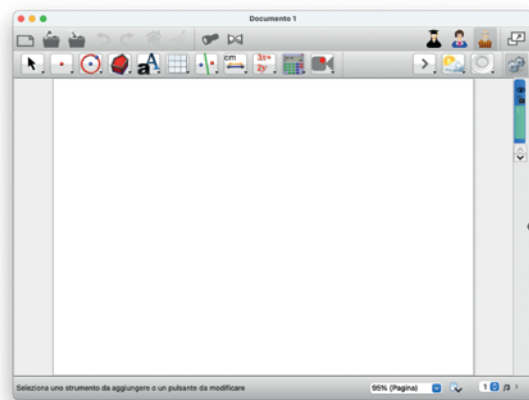
Il file che utilizza l’allievo per svolgere le attività sull’applicativo viene comunemente chiamato “Quaderno Cabri”.

Progetto Cabri in Ticino

Da oltre un decennio è presente ufficialmente nella realtà scolastica del Canton Ticino il Progetto Cabri per le scuole comunali. A tutti i docenti viene offerta la possibilità di realizzare dei percorsi didattici che prevedono l’integrazione di esperienze di apprendimento nel reale con quelle vissute nel virtuale, valorizzando un uso dell’applicativo come supporto didattico complementare.

A ideare, promuovere e realizzare il progetto è il Gruppo Cabri Ticino formato da docenti attivi nella scuola elementare.

I fondatori del gruppo sono i docenti Alberto Battaini, Francesco Dagani, Daniele De Giorgi, Claudio Fenaroli, Filippo Gabaglio, Guido Gottardi, Fabio Lorenzetti e Rudy Roncoroni che, con il sostegno dell’allora Ufficio delle scuole comunali e degli ispettori Giampiero Bianchi e Elena Mock, definirono con Cabrilog un’importante collaborazione: avere la possibilità di lavorare nella modalità “creatore” dell’applicativo (1.3) e realizzare delle proposte mirate per le esigenze scolastiche del territorio, evitando di utilizzare pacchetti preconfezionati. I docenti del gruppo, supervisionati dai professori Silvia Sbaragli e Gianfranco Arrigo, iniziarono quindi a creare i quaderni Cabri coerenti con le esi-



1.3

Schermata dell'applicativo
in versione creatore.

• DECS, 2015

genze delle classi e in linea con le indicazioni del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese[•] che era in elaborazione.

Nel tempo il frutto di questa preziosa collaborazione sono state la realizzazione e la revisione costante di una ricca raccolta di attività in ambito aritmetico e geometrico, per un totale di 186 quaderni Cabri. Oggi l'uso di questi materiali in classe è vincolato dalla partecipazione a un corso di formazione continua. Lo scopo della formazione è la condivisione delle caratteristiche e della filosofia del Progetto Cabri, nonché delle opportunità pedagogiche e didattiche offerte dall'uso di questo applicativo con la classe. I quaderni Cabri realizzati dal Gruppo Cabri Ticino, oggi rinnovato nella sua composizione (BOX 1), consentono infatti di proporre concetti matematici spendibili in più momenti dell'azione didattica: si possono utilizzare i quaderni per introdurre i concetti in modo pratico/esperienziale, oppure per facilitare l'apprendimento in una fase di sviluppo, o ancora per esercitare e consolidare apprendimenti specifici. Il tutto in coerenza con una modalità di lavoro di tipo laboratoriale.

Inoltre, in un'ottica di ricerca-azione e di interazione con lo strumento informatico, anche l'errore assume un valore positivo: attraverso i feedback predisposti nelle varie pagine del quaderno, l'allievo ha la possibilità di interrogarsi sul proprio operato, di riflettere sulla riuscita o meno dell'attività affrontata, di rielaborare e verificare eventuali risposte diverse, favorendo così il processo di apprendimento.

«I bambini sono i veri protagonisti in questo ambiente. Vivono situazioni nelle quali imparano ad assumere la responsabilità del proprio apprendimento, dapprima ipotizzando la strategia risolutiva e agendo in fase di progettazione e realizzazione, poi comunicando le proprie scelte e confrontandole con quelle degli altri, infine dando forma matematica ufficiale alle proprie scoperte con l'aiuto dell'insegnante» (ScuolaLab.edu.ti.ch).

MEMBRI DEL GRUPPO CABRI TICINO

Anni 2016/19: Marco Bettoni, Claudio Fenaroli, Silvia Fioravanti, Filippo Gabaglio, Andrea Panizza, Mattia Sansossio, Mattia Santoro; ispettrice Elena Mock.

Anno 2019/20: Claudio Fenaroli, Silvia Fioravanti, Filippo Gabaglio, Andrea Panizza, Mattia Sansossio, Mattia Santoro, Richard Iglesias Tavarez, Veronica Zoglio; ispettore aggiunto Matteo Negrini.

Anno 2020/21: Lucia Casella, Paola D'Ambrosio, Silvia Fioravanti, Andrea Panizza, Mattia Sansossio, Mattia Santoro, Richard Iglesias Tavarez, Veronica Zoglio; ispettore aggiunto Alessandro Moretti.



1.4
Logo di Cabrilog.

LINEE GUIDA DI CABRI TRATTE DAL SITO UFFICIALE

«Le risorse digitali in matematica, in particolare quelle della matematica dinamica, migliorano la qualità dell'apprendimento.

Partendo da questa considerazione Cabrilog, azienda specializzata nell'uso del digitale in ambito educativo, sviluppa e distribuisce proposte matematiche per docenti e allievi basate sull'apprendimento esperienziale.

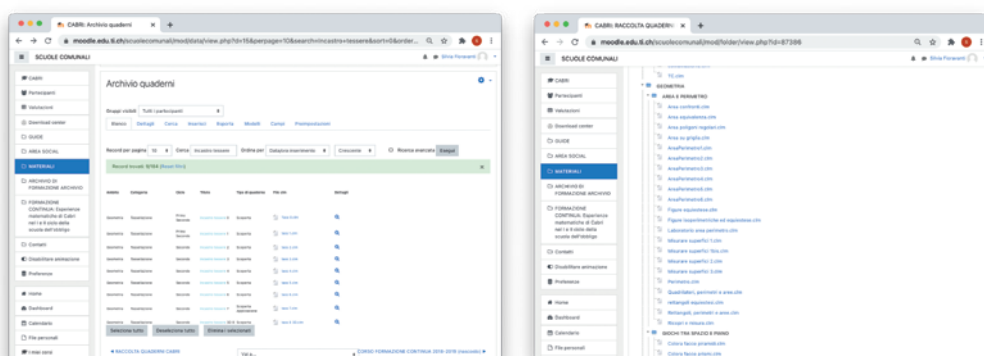
Le proposte Cabri si caratterizzano per un'interfaccia semplice che permette agli studenti di visualizzare e manipolare concetti matematici solitamente astratti.

L'allievo sviluppa in modo progressivo il suo ragionamento matematico attraverso l'osservazione, la riflessione e la deduzione» (<https://cabri.com>, traduzione degli autori) (1.4).

La nostra proposta didattica: tassellazione, area e perimetro dalla I alla V elementare

Ispirandosi a questi principi, in queste pagine si suggerisce un possibile percorso per avvicinare i bambini ai concetti di perimetro e area, esplorandoli dapprima attraverso attività di tassellazione. In funzione dei bisogni della classe, degli obiettivi e del tempo a disposizione il docente può adattare il percorso e scegliere quali quaderni Cabri proporre. Non è quindi necessario assegnare i quaderni Cabri nell'ordine con il quale sono stati qui esposti.

Nelle descrizioni dei vari quaderni Cabri presenti in questo documento, si sono voluti



1.5

I quaderni Cabri sono archiviati e scaricabili dal corso Moodle del Progetto Cabri sull'istanza Moodle delle scuole comunali, alla quale possono accedere i docenti iscritti al Progetto Cabri.

1.6

Esempio di un documento guida di un quaderno Cabri consultabile dai docenti che hanno partecipato alla formazione continua.

Categoria:	Tassellazione
Ciclo:	Primo Secondo
Titolo:	Incastro tessere 0
Contenuto:	Costruire figure e/o ricoprire superfici utilizzando tasselli di forme diverse.
Scopo:	- Riflettere sulle caratteristiche delle figure tassellabili con particolare riferimento ai quadrilateri. - Familiarizzare gli allievi all'uso degli oggetti di Cabri Elem.
Numero di pagine:	9
Possibili agganci:	Area, frazioni, simmetria
Tipo di quaderno:	Scoperta
File clm:	 tass 0 intro.clm
Ambito:	Geometria
Parola chiave:	tassellare, tassellazione, tassellazioni, incastro, figure tassellabili, tassellabile, pentamini, pentamino, piastrella, piastrelle, piastrellare, disegni periodici, disegno periodico, orientamento

mantenere invariati i criteri descrittivi scelti dal Gruppo Cabri Ticino. Questi sono proposti nei documenti guida, creati per aiutare i docenti a selezionare i quaderni Cabri da utilizzare con i propri allievi.

Alla voce "Contenuto" s'identifica il tipo di attività proposta, ovvero ciò che l'allievo è chiamato a svolgere all'interno dell'attività Cabri.

Con il criterio "Scopo" si esplicitano i processi e le risorse maggiormente stimulate.

Infine, con il criterio "Tipo di quaderno" si ha una prima indicazione della metodologia proposta: scoperta di concetti, applicazione di un concetto o esercitazione (1.6).

È importante ricordare, e tenere sempre in considerazione, che le esperienze di apprendimento vissute dall'allievo attraverso l'uso del software assumono un particolare valore pedagogico didattico se proposte come complemento e in parallelo a quelle vissute e proposte in ambiente reale. Questo approccio risulta fondamentale per favorire l'apprendimento all'interno della scuola dell'obbligo, pertanto le attività sono state progettate allo scopo di sfruttare le potenzialità offerte dallo strumento informatico Cabri che, proposto in alternanza con attività nel reale, offre la possibilità di scoprire, approfondire e consolidare gli apprendimenti degli allievi, facilitando l'osservazione di figure e la loro costruzione geometrica.

Il percorso si sviluppa all'interno del curriculum di scuola elementare, dalla classe prima alla quinta. I primi due anni le attività sono maggiormente concentrate sui principi della tassellazione, mentre nel secondo ciclo queste competenze vengono riprese e analizzate, favorendo il passaggio ai concetti di perimetro e di area. Questo modo di lavorare a spirale permette una costruzione graduale del sapere matematico, così come previsto dal Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese.

2.

ALCUNI ASPETTI DIDATTICI E CONCETTUALI

17

È tutto un tassello!

La tassellazione

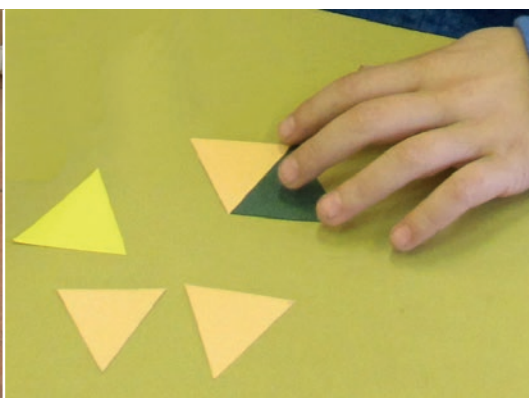
Una parte del percorso, quella proposta per i primi due anni, si sviluppa attorno al tema della tassellazione. L'osservazione di superfici tassellate è parte integrante della quotidianità del bambino, basta pensare a un pavimento di piastrelle, a un mosaico, a un muro di mattoni, a un alveare o ad alcuni videogiochi.

Con il verbo tassellare s'intende l'azione del ricoprimento del piano o dello spazio mediante forme chiuse, chiamate tessere o tasselli, senza lasciare spazi vuoti e senza creare sovrapposizioni (2.1). In questo documento ci occuperemo principalmente di tassellazione del piano attraverso poligoni. Affinché quest'azione sia possibile, la somma delle ampiezze degli angoli interni dei poligoni che incidono nello stesso vertice deve essere di 360° . Se questa ampiezza fosse minore, infatti, ci sarebbero delle parti di piano vuote, dei "buchi" tra le figure; se invece l'ampiezza fosse maggiore, si avrebbero delle sovrapposizioni delle tessere.

Esistono diversi tipi di tassellazione: quelle uniformi, costituite dallo stesso tipo di tessere attorno ai vertici, e quelle non uniformi, formate da tessere di tipo diverso attorno ai vertici. Per quanto concerne le tassellazioni costituite da un solo tipo di tassello, dalle quali è significativo iniziare da un punto di vista didattico, va segnalato che solo tre poligoni regolari permettono di tassellare il piano: il triangolo equilatero (tre angoli di ampiezza 60°), il quadrato (quattro angoli di 90°) e l'esagono (sei angoli di 120°).

Le attività di tassellazione permettono agli allievi di familiarizzare con alcuni termini e concetti della geometria piana come superficie, contorno, lato, vertice e angolo.

I primi due anni, attraverso una serie di attività manipolative, come la composizione e la scomposizione di figure, i bambini si confrontano, discutono e sperimentano soluzioni



2.1

Esempio di un'attività di tassellazione.



2.2

Esempi di tasselli preparati per le attività manipolative di tassellazione.

• Sbaragli, 2009

diverse; utilizzando tasselli di diverse forme (ad esempio cuore, stellina, croce, fiore, triangolo) (2.2), iniziano a verificare che non sempre è possibile ricoprire il piano senza sovrapporre le figure o senza lasciare buchi, per poi gradualmente arrivare a identificare quali sono le figure che permettono la tassellazione e quali no. •

In continuità con le attività svolte nel primo ciclo, nel secondo ciclo il docente può proporre altre situazioni concrete di manipolazione di figure, momenti di discussione, di confronto e di riflessione sulle risorse e sui processi che sono stati messi in atto durante l'attività. In questo modo si ha la possibilità di approfondire progressivamente i concetti già trattati, di svilupparne e introdurne di nuovi, per giungere ad esempio a scoprire un'importante proprietà: la somma delle ampiezze degli angoli delle figure che incidono nello stesso vertice deve essere di 360° .

Perimetro e area

Prima di presentare il tema del perimetro e dell'area vogliamo trattare il significato dei due termini, adottati con connotazione differente nel linguaggio comune e in quello matematico; ciò può creare confusione nel processo di acquisizione di tali termini specialistici da parte degli allievi. ••

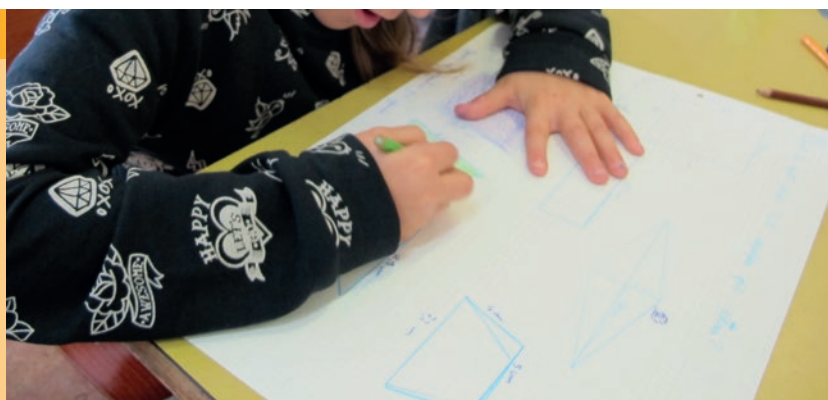
•• Demartini, Fornara & Sbaragli, 2017

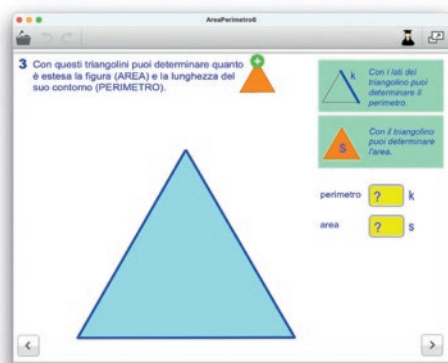
Prendiamo in esame la parola "perimetro" e interroghiamoci sul suo uso. Quando facciamo riferimento a questa parola, la si può intendere come contorno (linea chiusa che delimita una figura) o come lunghezza del contorno. Il linguaggio comune spesso attribuisce al termine "perimetro" il primo significato, ma dal punto di vista matematico si sceglie solitamente il secondo significato.

Lo stesso avviene con il termine "area", utilizzato spesso come sinonimo di superficie,

2.3

Esempio di un'attività di esercitazione che tratta il tema del perimetro.





2.4

Schermate di quaderni Cabri che trattano il tema dell'area e del perimetro.

rischiando di creare confusione tra un ente geometrico e la sua grandezza. Infatti, l'area in matematica è solitamente intesa come la grandezza che caratterizza una superficie, non la superficie stessa. È fondamentale che l'insegnante metta sempre l'accento sul diverso significato delle parole nei vari contesti d'uso con gli allievi, tra cui anche quello matematico, così da riflettere con loro su come le parole assumono significati differenti in base ai contesti d'uso (2.4).

Appurato il significato dei due concetti scelti dal punto di vista geometrico, affrontiamo brevemente il tema del calcolo del perimetro e dell'area di figure geometriche. Entrambe le grandezze possono essere individuate tramite una misura diretta, facendo uso di strumenti di misura, sovrapponendo corde o figure, o tramite una misura indiretta, ossia facendo uso delle formule.

Per quanto concerne i poligoni, il perimetro può essere calcolato sommando le lunghezze dei vari lati che lo compongono (2.3). In altre parole:

$$\text{perimetro} = \text{lat}_1 + \text{lat}_2 + \text{lat}_3 + \dots + \text{lat}_n.$$

Si può individuare il perimetro anche di figure con il contorno curvilineo, basta rettificare la curva che coincide con il contorno per poi individuarne la lunghezza o ricorrere al calcolo infinitesimale, quando sarà possibile gestirlo. Il perimetro è espresso attraverso un numero reale accompagnato dall'unità di misura di lunghezza, che di solito per convenzione è il metro, o un suo multiplo o sottomultiplo.

L'area di una figura generica può essere calcolata attraverso una misura diretta, ricoprendo la sua superficie con delle tessere, che possono essere considerate come unità di misura o per le quali si esegue un conteggio (tassellazione) (2.5). Nel caso di un poli-



2.5

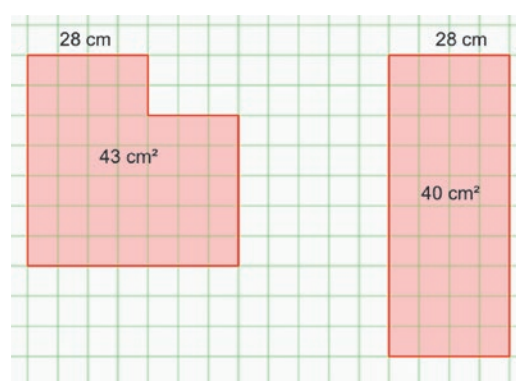
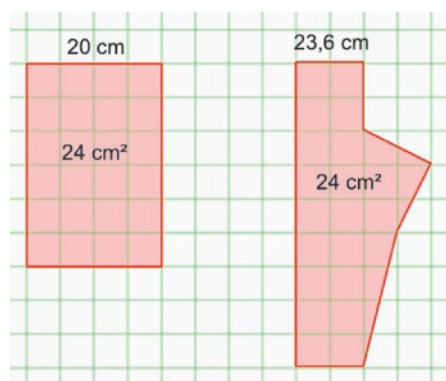
Esempi di attività di esercitazione che trattano il tema dell'area.

2.6

Figure equiestese, ma non congruenti e non isoperimetriche.

2.7

Figure isoperimetriche, ma non congruenti e non equiestese.



gono è possibile individuare l'area anche attraverso una misura indiretta, applicando le formule. In questo secondo caso l'area è espressa attraverso un numero reale accompagnato da una specifica unità di misura che, essendo una misura bidimensionale, si esprime per convenzione in metri quadri (m^2) o mediante i suoi multipli o sottomultipli.

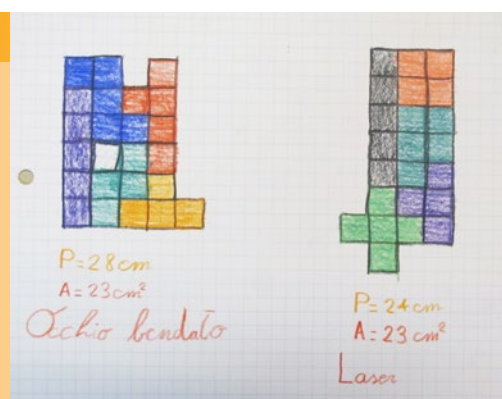
Un altro aspetto che risulta didatticamente delicato, e necessita dunque di un lavoro specifico da parte dell'insegnante, riguarda la relazione tra questi due concetti. Per far questo, richiamiamo sinteticamente i concetti di equiestensione, isoperimetria e congruenza. Consideriamo due figure equiestese quando hanno la stessa area, mentre due figure sono isoperimetriche quando hanno lo stesso perimetro. Due figure sono, infine, congruenti (dal latino *congruens*: concordante, appropriato), quando è possibile trasformare l'una nell'altra per mezzo di un'isometria, ovvero per mezzo di una combinazione di traslazioni, simmetrie o rotazioni. Due figure sono quindi congruenti quando sono perfettamente sovrapponibili punto per punto.

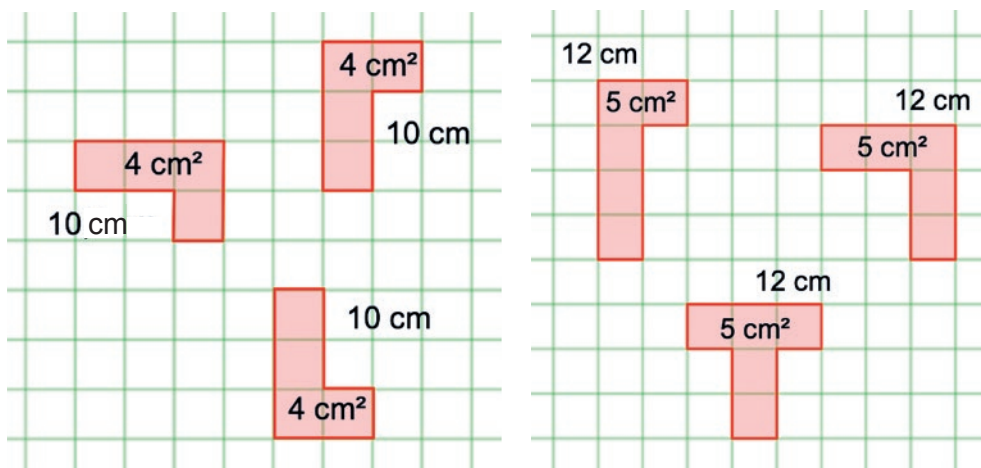
Con semplici esempi è facile convincersi che due figure equiestese non sono necessariamente né congruenti né isoperimetriche, e che due figure isoperimetriche non sono necessariamente né congruenti né equiestese. Infatti, due figure possono avere forma e perimetro differenti ma area uguale (2.6), oppure forma e area differenti ma contorno di ugual lunghezza (2.7).

Esistono poi figure equiestese e isoperimetriche, ma anche in questo caso non è detto che siano congruenti: possono avere infatti forma diversa, pur mantenendo lo stesso perimetro e la stessa area (2.9, 2.10).

2.8

Esempio di figure equiestese realizzate dagli allievi.





2.9

Esempi di poligoni congruenti.

2.10

Esempi di poligoni isoperimetrici ed equiestesi, ma non congruenti.

Come evidenziano D'Amore e Fandiño Pinilla,[•] la letteratura ha ampiamente segnalato come molti studenti di ogni età siano convinti che vi sia una relazione di dipendenza stretta tra i due concetti. Ad esempio è una diffusa misconcezione pensare che, in una figura piana, aumentando il perimetro necessariamente aumenti anche l'area o viceversa. Analogamente, per gli allievi non sempre è facile convincersi che possano esistere figure piane con la stessa area ma con perimetro diverso o, viceversa, con lo stesso perimetro e area differente.

In quest'ottica è di certo molto utile lavorare fin dai primi anni di scuola elementare con esempi e controesempi che vadano nella direzione di mostrare agli allievi situazioni di vario tipo, anche non intuitive, manipolando o giocando con figure equiestese, isoperimetriche o congruenti (2.8, 2.11).

[•] D'Amore & Fandiño Pinilla, 2005, 2019



2.11

Esempi di attività che trattano il tema dell'isoperimetria e dell'equiestensione.

3.

ATTIVITÀ PER LA I E II ELEMENTARE



22

È tutto un tassello!

• Lionni, 1975

Tasselliamo con Pezzettino – cornice di senso e situazione problema

Il percorso proposto, destinato a una prima elementare, verte sul tema della tassellazione e prende ispirazione dal libro di Leo Lionni, *Pezzettino*. • Tramite attività di scoperta, seguite da alcune più formalizzate, gli alunni scoprono e sperimentano quali figure tassellano un piano e quali no, attraverso prove, tentativi ed errori.



3.1

Copertina del libro *Pezzettino*.

PEZZETTINO (LIONNI, 1975)

Pezzettino è talmente piccolo in confronto ai suoi amici che si convince di essere un pezzetto di qualcun altro, un pezzetto mancante. Ma di chi? Decide così di partire per scoprirlo: domanda invano a Quello-Che-Corre, a Quello-Forte, a Quello-Che-Nuota, a Quello-Che-Vive-Sulle-Montagne e a Quello-Che-Vola. Quello-Saggio infine, gli suggerisce di andare all'isola Chi-Sono dove finalmente scopre la sua vera identità e si tratta di una bellissima sorpresa... (Lionni, 1975, quarta di copertina) (3.1).

BOX 3



3.2

Le magliette di Pezzettino come prodotto atteso del percorso.

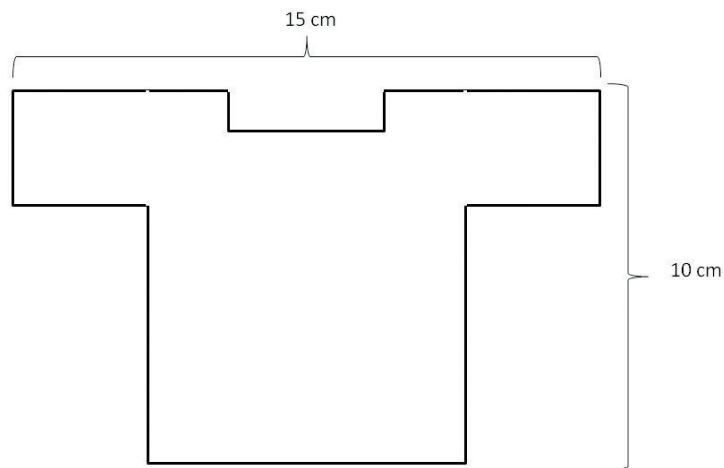
Le attività nascono da una situazione problema posta ai bambini durante la fase di riscrittura del libro di Pezzettino: ci si interroga sulla possibile forma che Pezzettino, personaggio principale del racconto, possa assumere, e di conseguenza sulla scelta della figura da utilizzare per le composizioni degli altri personaggi. Si dichiara ai bambini che con la figura scelta si dovrà realizzare un costume che sarà indossato dagli stessi allievi mentre mimano i personaggi. Agli scolari travestiti verranno scattate delle fotografie che rappresenteranno i personaggi nel nuovo libro inventato in classe. Viene fornito un vincolo: il costume deve essere realizzato con tasselli congruenti alla figura scelta (3.2).

Per avvicinare i bambini al concetto di tassellazione, si mette in evidenza l'analogia vigente tra questo concetto matematico e l'atto del cucire. Nella tassellazione, le figure confinanti non devono sovrapporsi o lasciare "spazi" vuoti tra l'una e l'altra; anche quando si cuciono assieme due lembi di stoffa vale la stessa regola.

Attività di sviluppo

Come prima attività si propone agli allievi di progettare un modello della casacca da costruire. Per realizzare questo modello gli allievi ricevono da una sarta un foglio con un disegno stilizzato della sagoma della casacca. Gli allievi devono risolvere il compito tenendo presente che, per creare il vestito, la figura scelta per il personaggio di Pezzettino deve essere ripetuta più volte e deve consentire il ricoprimento della parte di piano occupata dal disegno della casacca. Terminati i lavori, segue una messa in comune dei modelli prodotti (3.3).

In un secondo momento si consegnano i modelli alla sarta, che valuta i progetti dei



3.3

Disegno stilizzato della sagoma della casacca ricevuto dai bambini.

bambini e dà un prezioso consiglio: per essere cuciti assieme i pezzi devono toccarsi ma non sovrapporsi e naturalmente non si devono lasciare parti di piano vuote (3.4, 3.5).

L'attività successiva prevede che i bambini ritornino a lavorare sui loro progetti, cercando di riflettere e identificare quali figure possano andare bene e quali siano da scartare. Per fare ciò i bambini sono riuniti in piccoli gruppi a seconda della figura utilizzata per realizzare il modello: per esempio si costituisce il gruppo di tutti i bambini che hanno usato le stelle, quello degli allievi che hanno usato i triangoli e così via con le altre figure. Naturalmente i bambini hanno a disposizione diversi strumenti e materiali quali forbici, colla, cartoncini colorati ecc. Terminato il momento di sperimentazione, gli allievi si ritrovano in gruppo per la messa in comune di quanto scoperto (3.8, 3.9).

La classe viene suddivisa in coppie alle quali vengono forniti dei poligoni regolari e non regolari. Il compito è quello di sperimentare liberamente la tassellazione di una superficie presente in aula come il banco, un foglio o un quaderno. Si chiede di non tener conto del contorno della superficie limitata dalla sagoma della casacca, perché il piano idealmente è illimitato. I bambini possono tenere una traccia delle loro scoperte, delle figure che tassellano il piano e di quelle che invece non lo consentono. Nel documento di raccolta delle informazioni, si chiede a ogni allievo di disegnare o scrivere il tipo di superficie tassellata, la figura usata e se questa tassella oppure no. Segue una messa in comune delle scoperte (3.11, 3.12).

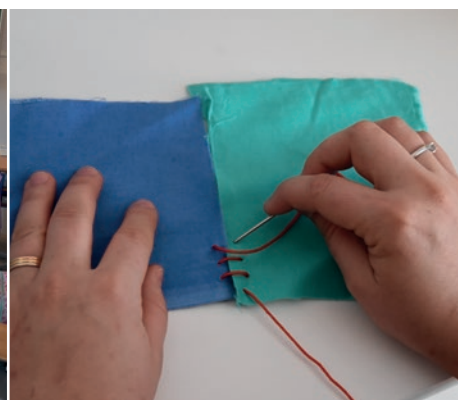
Dopo aver ripetuto più volte questa attività, viene istituzionalizzato sul quaderno il significato del termine *tassellare* e le proprietà che devono essere rispettate: tassellare una par-

3.4

I bambini della classe di I elementare ascoltano la consegna della maestra.

3.5

Esempio di come vengono uniti due lembi di stoffa.





3.6

Prima pagina del quaderno Cabri "Tassellazione 0".

3.7

Pagina di lavoro del quaderno Cabri "Tassellazione 0", con attività di tassellazione con un quadrilatero generico.

te di piano significa ricoprirla con delle figure, che nel nostro caso sono tutte congruenti, senza lasciare parti di piano vuote e senza creare sovrapposizioni tra i tasselli usati.

In questa fase del percorso, si propongono ai bambini alcune attività, nel reale e nel virtuale, che permettono un allenamento e una messa in pratica della definizione appena scoperta.

In un primo momento i bambini, lavorando a coppie, ricevono una busta contenente delle figure di cartoncino ritagliate: alcune di queste tassellano e altre no. Assieme al compagno gli allievi scelgono solo le figure che tassellano e scartano le altre.

In un secondo momento gli allievi, individualmente, ricevono dei fogli formato A4, con alcune figure stampate, che dovranno essere ricoperte con i tasselli. Il loro compito è quello di tassellare queste superfici, verificando se i tasselli scelti in precedenza siano adatti oppure no. Per farlo hanno a disposizione un solo tassello e bisogna quindi tracciarne il contorno, prima di spostarlo.

Segue un momento di condivisione a grande gruppo, durante il quale vengono identificate le figure in grado di tassellare una data parte di piano.

Per le attività in ambiente virtuale si ricorre al supporto informatico, utilizzando alcune parti dei quaderni Cabri, come per esempio le prime pagine del quaderno Cabri "Tassellazione 0", che offre ai bambini la possibilità di avere a disposizione un numero illimitato di poligoni mobili sul piano e capovolgibili.

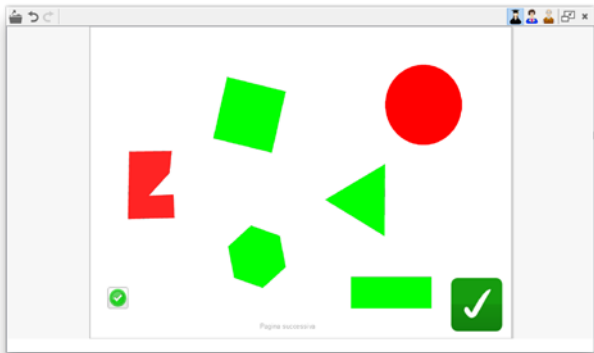
Quaderno Cabri "Tassellazione 0" (3.6, 3.7)

Contenuto: costruire figure e/o ricoprire superfici, utilizzando tasselli di forme diverse.



3.8, 3.9

Tentativi di tassellazione della maglietta.



3.10
Le figure evidenziate in verde tassellano.

Scopo: riflettere sulle caratteristiche delle figure che tassellano, con particolare riferimento ai quadrilateri, familiarizzando con il software Cabri.
Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

È giunto il momento di realizzare le casacche dei personaggi di Pezzettino: l'attività risulta alquanto complessa e laboriosa per le capacità manuali dei bambini di 6 e 7 anni, come il ritagliare, o per le loro competenze matematiche, come la misurazione precisa dei tasselli.
Si affronta quindi la situazione problema con il software Cabri, in quanto l'ambiente virtuale facilita l'esplorazione delle possibili combinazioni di tasselli.
Tra le diverse sue funzioni, Cabri permette di duplicare una figura con il pulsante chiamato *distributore di poligoni*. Le diverse figure possono così essere spostate e accostate le une vicine alle altre, simulando in tal modo l'operazione di cucitura tra i vari pezzi di stoffa.
L'attività è pensata per un lavoro individuale; nella prima schermata del quaderno Cabri* si chiede agli allievi di scegliere ed evidenziare, in un insieme di figure, quali siano quelle in grado di tassellare (3.10).

* Il quaderno per questa attività è stato programmato appositamente dal maestro Marco Bettoni, membro del Gruppo Cabri Ticino, ed è stato usato unicamente per questo percorso didattico.

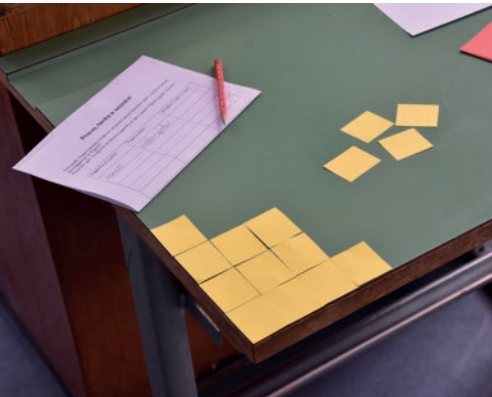
Si presenta la sagoma della casacca e le figure che sono state evidenziate nell'attività precedente. Gli allievi ora devono selezionare una figura e verificare se questa sia in grado di tassellare o meno la superficie a disposizione, ovvero la sagoma della maglietta.
Per permettere a ogni bambino di confrontarsi con un compito adeguato alle proprie competenze, e rispettare quindi i diversi bisogni presenti in classe, l'attività sul qua-

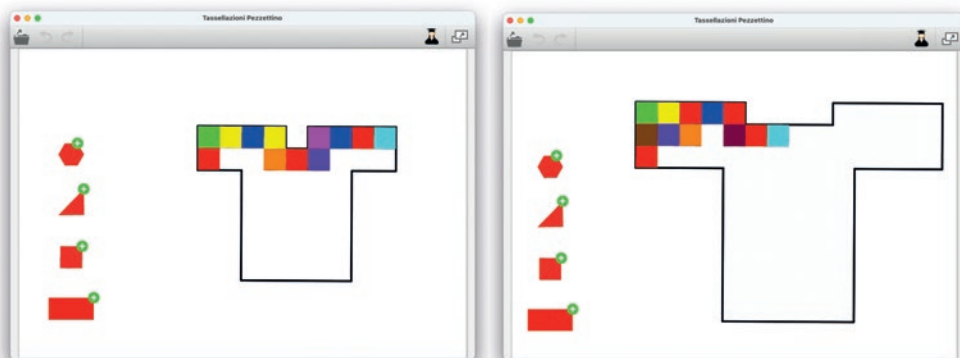
3.11
Documento per la raccolta delle informazioni.
3.12
Esempio di tassellazione svolta dagli allievi.

Prova, tenta e annota!

Con quale figura posso ricoprire un piano senza lasciare parti vuote e senza sovrapporre le figure?
Ricorda: per ricoprire la stessa superficie devi usare figure uguali tra loro.

Superficie scelta	Figura usata	Si copre / non ricopre





3.13

Esempio di tassellazione
di una maglietta taglia S.

3.14

Esempio di tassellazione
di una maglietta taglia L.

dermo Cabri è stata differenziata.

Gli alunni che possiedono maggiori competenze rispetto al compito sono confrontati con una casacca di superficie maggiore (taglia L), dove è quindi necessario l'utilizzo di un numero maggiore di tasselli. Gli altri alunni trovano davanti allo schermo una sagoma della casacca di superficie minore (taglia S), che presuppone un numero inferiore di tasselli per essere tassellata.

Le casacche verranno poi realizzate dalla sarta in due taglie diverse, una più piccola (S), e una più grande (L), questo per mantenere un collegamento con la vita quotidiana (3.13, 3.14).

Con quest'attività i bambini scoprono quali sono le figure che tassellano la superficie delimitata dal contorno della maglietta e quanti tasselli dello stesso tipo occorrono per ricoprirla completamente.

In questa fase i bambini sperimentano anche la componente più artistica dell'attività; i tasselli, infatti, possono essere colorati a piacimento dal bambino, in modo da creare un modello di casacca personalizzato, valutando anche l'effetto estetico ottenuto dall'accostamento dei colori.

Il modello della casacca realizzato al computer da ogni allievo viene stampato e si allestisce una piccola mostra dove vengono esposte e visionate tutte le creazioni.

Si procede infine con una discussione collettiva per giungere assieme a una soluzione definitiva relativa alla forma che assumerà Pezzettino nella nuova storia.

Sulla base di due parametri scelti dai bambini, quantità di tasselli e bellezza della figura, in questa sperimentazione è stato deciso che Pezzettino avrebbe avuto la forma di un quadrato.



3.15

Allievi vestiti con la casacca, immagine presente nell'ultima pagina del libro realizzato dagli allievi.

Conclusione

Selezionati i modelli delle casacche da realizzare, si determina il numero di tasselli e quali colori siano necessari per la produzione concreta delle casacche.

La classe stila poi una lista della spesa per la sarta, che procederà alla realizzazione definitiva delle casacche.

Grazie al lavoro dei bambini, la docente sarà in grado di ordinare la corretta quantità di stoffa necessaria per la produzione delle casacche. La casacca virtuale è, infatti, una rappresentazione in scala di quella reale e il numero di tasselli per costruirla è il medesimo (3.15, 3.16).



3.16

Casacca finale.

4.

ATTIVITÀ PER LA III, IV E V ELEMENTARE

29

È tutto un tassello!

Perimetro e area con il gioco del Tetris – cornice di senso e situazione problema

Il percorso per il secondo ciclo ha inizio proponendo agli allievi un videogioco di diversi anni fa: il Tetris.

Prima di tutto è necessario indagare sulle conoscenze che i bambini hanno in merito a questo gioco, ponendo domande esplorative sul suo funzionamento, sulle regole, sulle forme dei pezzi, sui supporti su cui si può giocare ecc. Questo permette un'eventuale condivisione della conoscenza del videogioco tra tutti i bambini sfruttando la metodologia del tutoring tra pari.

BOX 4

IL GIOCO DEL TETRIS

Il Tetris è un gioco creato dal programmatore A.L. Pažitnov nel 1984 e nasce come videogioco di logica e di ragionamento. Diventa popolare alla fine degli anni Ottanta.

I sette pezzi (4.1) del videogioco sono tetramini: come tali sono composti da quattro quadrati congruenti aventi almeno un lato in comune con almeno uno degli altri quadrati. Le figure utilizzate nel gioco sono tutti i tetramini possibili (5 combinazioni), con l'aggiunta di due figure

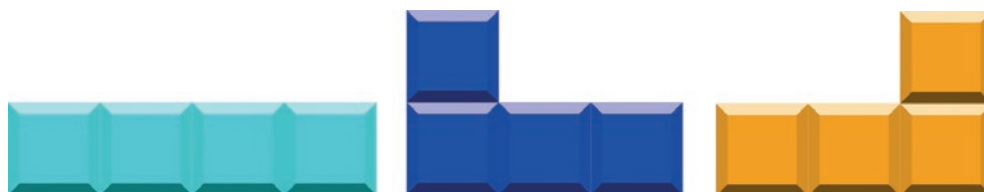
simmetriche di due pezzi.

Il compito del giocatore consiste nel ruotare e/o traslare le figure che "precipitano", in modo da completare una riga orizzontale di quadrati. Completata una riga, questa scompare e i pezzi sovrastanti, se presenti, cadono a formare nuove linee.

Il videogioco è facilmente reperibile online.

4.1

I sette pezzi del gioco del Tetris.



Essendo un videogioco degli anni Ottanta, la risposta da parte degli allievi non è scontata, per cui il docente deve essere preparato alla sua presentazione, esplicitandone soprattutto lo scopo: riuscire a completare le righe mediante dei tasselli, chiamati tetramini, composti da 4 quadrati uniti tra loro lungo un lato e che scendono dall'alto dello schermo.

Dopo questa prima introduzione si consente ai bambini, raggruppati in coppie, di giocare al videogioco in maniera spontanea, affinché ognuno di loro possa acquisire una certa confidenza con il suo funzionamento e le sue regole: conoscenza dei tasti per far muovere a destra e sinistra i tetramini o per farli ruotare, percezione della velocità di discesa dei diversi tetramini, conoscenza della forma di tutti i tetramini del gioco ecc.

Valutato un tempo sufficiente per la presa di contatto con il videogioco, si prosegue in classe con l'attività successiva.

Si pongono ai bambini le seguenti domande per favorire la discussione: quanti e quali sono i pezzi che compongono il gioco? Descrivete come sono fatti i diversi pezzi. Quali sono le loro caratteristiche? Qual è lo scopo del gioco? Secondo voi perché vi è stato proposto questo gioco durante un momento di lezione? Quale disciplina/materia è coinvolta? (4.2)

I concetti e i diversi termini esplicitati dai bambini rappresentano la base sulla quale sostenere le fasi successive. Durante il percorso vale la pena di chiarire (ed eventualmente registrare per iscritto) i significati dei differenti termini geometrici emersi, così

4.2

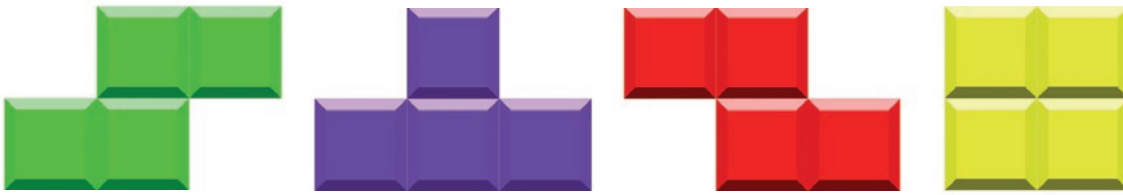
Allievi intenti a giocare a Tetris.



4.3

Gli allievi tassellano la superficie di un foglio A4 utilizzando 5 modelli di tetramini.





da costruire un piccolo vocabolario da evocare negli interventi educativi successivi. I diversi significati geometrici possono anche essere annotati su un cartellone, affinché i concetti trattati siano sempre fruibili con facilità dai bambini.

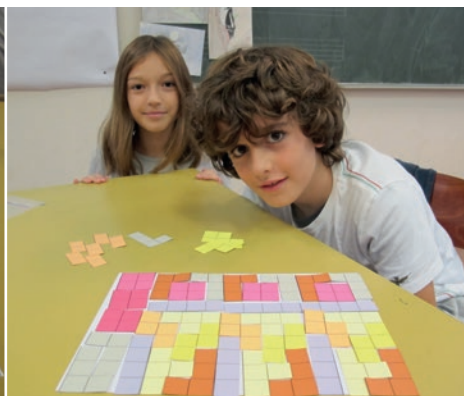
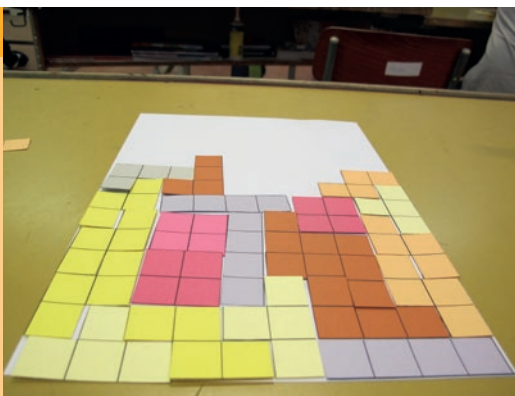
Senza addentrarsi nelle diverse strategie per ottenere punteggi elevati (per un approfondimento in questo senso si veda il [BOX 5](#)), una volta assimilato lo scopo e il funzionamento del gioco si potrebbe proporre ai bambini un'attività in cui si riproduce un gioco simile, ma in ambiente reale.

Ogni coppia di allievi riceve un sacchettino che contiene 7 pezzi per ognuno dei tetramini del Tetris. Si consiglia, per comodità, di usare tetramini formati da quadrati aventi le misure di 2 cm × 2 cm. In questo caso il docente ha realizzato personalmente il materiale, così da concentrare l'attenzione degli alunni unicamente sul gioco e sulle riflessioni ad esso associate ([4.3](#)).

Alle coppie viene chiesto di ricoprire una superficie data, per esempio quella di un foglio A4, rispettando le regole della tassellazione (accostare i tasselli senza sovrapporli e senza lasciare buchi) e usando tutti i tetramini a disposizione.

Senza particolari difficoltà i bambini riprendono confidenza con le regole della tassellazione, avendo svolto attività simili nel corso degli anni scolastici precedenti.

Per tassellare il foglio A4 sono possibili più soluzioni, infatti i tetramini permettono di ricoprire la superficie in modi diversi ([4.4](#), [4.5](#)).



4.4

Soluzione non completa della tassellazione di un foglio A4.

4.5

Esempio di tassellazione terminata.

ATTIVITÀ DI SVILUPPO: ANALIZZIAMO IL GIOCO DEL TETRIS AL COMPUTER*

Come ulteriore attività matematica, complementare agli obiettivi geometrici che si intendono raggiungere, è possibile far riflettere gli allievi sul funzionamento del gioco svolto al computer. Nello specifico, è possibile riflettere ad esempio su quali siano le mosse necessarie per ottenere punteggi più elevati.

Gli allievi sono quindi chiamati a ipotizzare l'effetto che ogni loro mossa produce, al fine di ottenere prestazioni migliori. A tale proposito va detto che alcuni tasti della tastiera, se premuti, generano un'azione specifica: con il

tasto "P", è possibile mettere in pausa il gioco, e il tasto "N" permette di ricominciare sempre dall'inizio.

L'attività potrebbe permettere di trattare competenze di tipo linguistico, ad esempio invitando gli allievi a redigere un testo di tipo normativo o regolativo che illustri le regole del gioco e le strategie vincenti, così da analizzare, passo dopo passo, i diversi aspetti legati alle mosse del gioco. Inoltre, proponendo un lavoro a coppie, il docente ha l'occasione di osservare l'evoluzione delle competenze trasversali di tipo collaborativo.

* **Applicativo Tetris utilizzato:**
Tetris'09 FREE, ALSEDI Group.

Questa prima attività è comune a tutti gli allievi del secondo ciclo, mentre da questo momento in poi le proposte sono differenziate per classe.

Per la classe III ci si orienta verso attività di consolidamento del concetto di tassellazione, mentre per quanto riguarda le classi IV e V si lavora principalmente sui concetti di perimetro, area, isoperimetria ed equiestensione.

Attività di sviluppo: classe III

Poligoni che tassellano e poligoni che non tassellano

Partendo dalle attività di tassellazione svolte nel primo ciclo, si propone ai bambini di lavorare con i tetramini del Tetris utilizzati durante la precedente lezione e si chiede loro di tassellare, utilizzando sempre la stessa figura, per rispondere al seguente interrogativo: è possibile giocare a Tetris con un solo pezzo dei sette, ripetendolo più volte? In modo semplice e rapido si riprendono con gli allievi le proprietà della tassellazione e si scopre che i tetramini del Tetris, anche presi da soli, permettono di ricoprire un piano senza lasciare buchi e sovrapposizioni.

Sempre nell'ottica di ripresa, si passa alla seconda sfida: disegnare, utilizzando la carta isometrica, altri poligoni che tassellano.

A differenza delle attività svolte nel primo ciclo, improntate soprattutto su attività di manipolazione di figure già tagliate, durante questo lavoro si invitano gli allievi a riflettere sulle proprietà della figura scelta in funzione del disegno della stessa e della sfida. Per il docente si tratta di una situazione didattica interessante, per osservare gli allievi nello svolgimento e nello sviluppo del loro lavoro e per raccogliere gli stimoli da utilizzare e rilanciare durante il momento di discussione conclusivo della lezione (4.6).

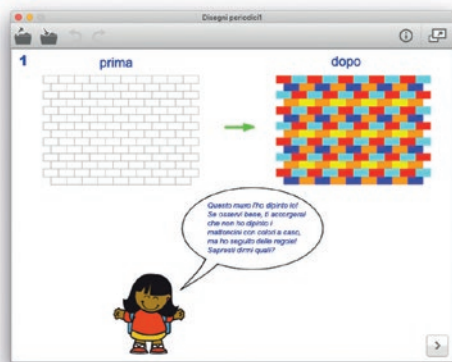
La tassellazione con i quaderni Cabri

Le attività di manipolazione e di costruzione delle figure sono importanti, ma risultano essere laboriose e limitanti per alcuni allievi. Diventa quindi interessante proporre un lavoro simile in ambiente virtuale, utilizzando Cabri. I quaderni Cabri che affrontano il tema della tassellazione offrono un numero illimitato di poligoni, sia quelli più abituali



4.6

Allievo mentre disegna
un poligono sulla carta
isometrica.



4.7

Attività alla pagina 1 del quaderno Cabri "Disegni periodici 1". Agli allievi viene chiesto di colorare il muro di mattoni riproducendo fedelmente l'esempio.

(triangoli, quadrilateri, pentagoni ecc.) sia quelli non tradizionali, convessi e non. Gli allievi possono manipolare, accostare, eliminare, riutilizzare ecc. un numero infinito di figure e quindi avere un maggior ventaglio di possibilità, per verificare se la figura utilizzata tasselli o meno.

Nello svolgere queste attività in ambiente virtuale, vale sempre il suggerimento di far lavorare gli allievi a coppie davanti all'elaboratore, in modo da favorire l'argomentazione tra i due compagni, confrontati con le diverse situazioni da risolvere. Il fatto di dover argomentare le scelte e le soluzioni ottenute da situazioni geometriche proposte in ambiente reale o virtuale, deve divenire una consuetudine all'interno del percorso educativo matematico. Ciò abitua gli allievi a valutare e prendere «in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri».

• DECS, 2015, p. 148

La serie di quaderni Cabri chiamata "Disegni periodici" rappresenta una valida alternativa o un interessante complemento ai quaderni di tassellazione. Pensata soprattutto per la classe III, essa permette di avvicinarsi, in parallelo ad attività svolte nel reale, al concetto di tassellazione del piano e di costruire le competenze geometriche legate ai principi che regolano la tassellazione. Questa serie di quaderni Cabri favorisce in generale la riflessione sull'uso dei tasselli per l'acquisizione del concetto di ricoprimento di una superficie, necessario per affrontare in seguito la misurazione di superfici, che porta al concetto di area.

Quaderno Cabri "Disegni periodici 1" (4.7, 4.8)

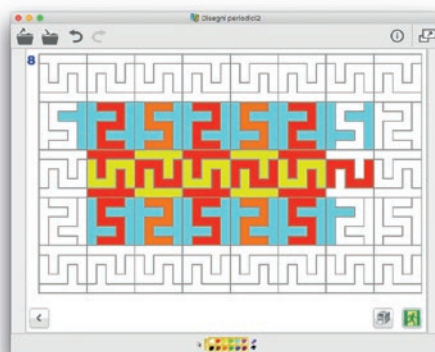
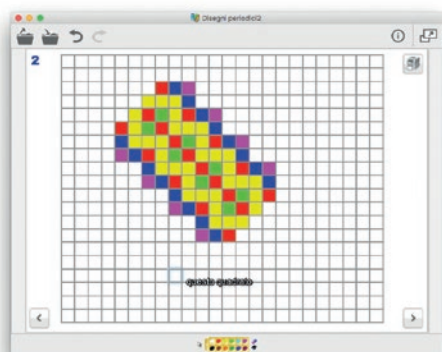
Contenuto: ripetere ricorsivamente strutture bidimensionali date.

Scopo: stimolare le capacità di orientamento, di riconoscimento, di locazione di strut-

4.8

Allievi mentre lavorano con il quaderno Cabri "Disegni periodici 1".





4.9, 4.10

Disegni periodici da completare rispettando la sequenza cromatica dell'esempio.

ture e di organizzazione del piano.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri propone una serie di pagine, ognuna delle quali presenta delle griglie o tabelle, le cui caselle e celle sono da colorare seguendo una determinata regola indicata: ai bambini è dato il compito di identificare e di completare la sequenza dei colori. La capacità di orientamento e la necessità di mantenere una struttura ricorsiva rappresentano sicuramente le competenze che maggiormente vengono sollecitate nell'affrontare questo quaderno Cabri. Il bambino deve riuscire a riconoscere quali siano le caselle da colorare per completare le sequenze proposte, tenendo conto della ricorsività dei colori.

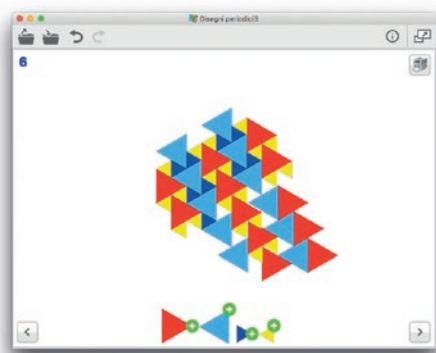
Quaderno Cabri "Disegni periodici 2" (4.9, 4.10)

Contenuto: inventare e ripetere ricorsivamente un motivo di colori su una griglia tassellata con forme bidimensionali date.

Scopo: stimolare le capacità di orientamento, di riconoscimento, di locazione di strutture e di organizzazione nel piano.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri propone una serie di pagine, ognuna delle quali presenta griglie o tabelle tassellate con figure bidimensionali, non colorate: è l'allievo che, questa volta, deve inventare ritmi e sequenze di colori per colorare la griglia. Il docente può proporre diversi vincoli, con il fine di creare problemi che l'allievo deve affrontare e risolvere: per esempio può proporre l'uso di due soli colori per dipingere le caselle, oppure stabilire una sequenza con tre colori, o altre tipologie di situazioni simili.



4.11

Pagina 6 del quaderno Cabri
"Disegni periodici 3".

• Crivelli, Henauer & Martelli
Pischedda, 2021; D'Amore,
2015

•• D'Amore, 2015,
IV di copertina



4.12

Copertina del libro
di D'Amore, Arte
e matematica.

ARTE E MATEMATICA

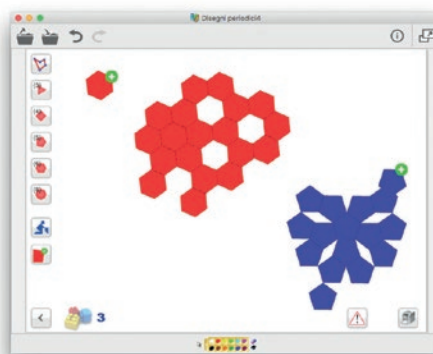
Matematica e arte è un binomio tematizzato da matematici, docenti e artisti. Di recente pubblicazione è il libro "Arte e matematica" di D'Amore (4.12), che tratta il tema in modo approfondito e specifico e dal quale possono scaturire diversi percorsi didattici.

«Esiste una forte relazione fra il mondo dell'arte figurativa e il mondo della matematica. L'arte e la matematica sono, infatti, creazioni umane che hanno alla base la fantasia e un linguaggio rigoroso. Questo libro propone un'interessante dimostrazione del loro legame e della loro mutua interazione che, dalle pitture rupestri a oggi, ha prodotto innumerevoli capolavori e ispirazioni geniali. L'autore ripercorre la storia dell'arte intrecciandola a quella della matematica e mettendo in luce i numerosi punti in comune, con un approccio originale e fecondo che solo un matematico critico d'arte poteva immaginare. Lo scopo è quello di contribuire alla definitiva messa al bando della stolta idea delle "due culture": la cultura umana è unica e si arricchisce anche grazie alla diversità delle sue forme di espressione» ••

4.13

Allievi mentre lavorano con
il quaderno Cabri "Disegni
periodici 3".





4.14

Prima pagina del quaderno Cabri "Disegni periodici 4", che introduce una serie di attività virtuali di laboratorio.

4.15

Esempio di attività di laboratorio svolta con il quaderno Cabri "Disegni periodici 4".

Quaderno Cabri "Disegni periodici 3" (4.11, 4.13)

Contenuto: ripetere ricorsivamente strutture bidimensionali date.

Scopo: stimolare le capacità di orientamento, riconoscimento, localizzazione di strutture e organizzazione nel piano.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri è interessante per identificare o verificare alcuni poligoni che tassellano il piano, toccando così in modo creativo diversi aspetti legati alla geometria. In questo ambiente i bambini hanno la possibilità di manipolare diversi tipi di poligoni, generati dai distributori di tasselli.

Quaderno Cabri "Disegni periodici 4" (4.14, 4.15)

Contenuto: ripetere ricorsivamente strutture da creare utilizzando strumenti geometrici.

Scopo: stimolare le capacità di orientamento, riconoscimento, localizzazione di strutture e organizzazione nel piano.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Il quaderno Cabri "Disegni periodici 4" è molto simile al precedente, con la differenza che i bambini, in funzione delle loro esigenze e ipotesi, creano dei poligoni regolari o generici da utilizzare per tassellare il piano. Gli allievi, dopo aver creato personalmente i poligoni, verificano con tentativi ed errori quali forme tassellano un piano e quali no, ampliando così le scoperte già avvenute in precedenza sulla definizione di tassellazione. Il quaderno permette di stampare i prodotti dei bambini, documenti che possono essere utilizzati al momento della discussione conclusiva o per facilitare la registrazione su carta delle loro scoperte.

4.16

Prima pagina del quaderno Cabri "Disegni periodici 5" con una breve spiegazione e introduzione delle attività che saranno proposte nelle pagine successive.

4.17

Esempio di attività del quaderno Cabri "Disegni periodici 5".



Quaderno Cabri "Disegni periodici 5" (4.16, 4.17)

Contenuto: ripetere ricorsivamente strutture tridimensionali date.

Scopo: stimolare le capacità di orientamento, riconoscimento, localizzazione di strutture e di organizzazione nello spazio.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri può essere considerato come sviluppo del tema della tassellazione, perché mette alla prova le capacità di orientamento dei bambini nello spazio. L'accostamento dei solidi proposti permette di ottenere delle rappresentazioni in bassorilievo: si tratta di una tecnica decorativa utilizzata da vari artisti per la rappresentazione di figure su un fondo (un piano) di marmo, di pietra, di bronzo o di altri materiali, con un rilievo ridotto.

Quaderno Cabri "Tassellazione 1" (4.18, 4.19)

Contenuto: ricoprire superfici utilizzando tasselli di forme diverse.

Scopo: scoprire che alcune figure tassellano e altre no.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

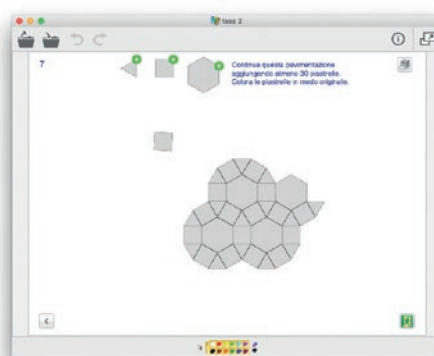
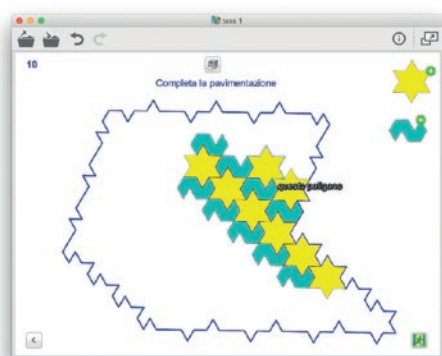
Il quaderno Cabri "Tassellazione 1" permette di svolgere attività di tassellazione di superfici differenti aventi contorni prestabiliti, consentendo ai bambini di verificare che alcuni poligoni non permettono di tassellare alcune particolari figure.

Il docente, osservando le diverse dinamiche di lavoro, può interrompere l'attività per condividere con la classe le scelte vincenti di un gruppo oppure per valorizzare soluzioni particolarmente interessanti.

4.18

Allievi mentre svolgono l'attività di tassellazione del quaderno Cabri "Tassellazione 1".





4.19

Esempio di attività di tassellazione proposta nel quaderno Cabri "Tassellazione 1".

4.20

Esempi di attività di tassellazione svolte nel quaderno Cabri "Tassellazione 2".

Quaderno Cabri "Tassellazione 2" (4.20)

Contenuto: approfondire il concetto di tassellazione.

Scopo: riflettere sulle caratteristiche di certe figure congruenti di cui alcune derivate da un esagono e riflettere sugli aspetti decorativi ottenibili mediante tassellazione.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Attraverso quest'attività si pone l'attenzione sugli aspetti estetici legati alla geometria, oltre a stimolare la curiosità e il piacere nei bambini nel creare motivi geometrici. Durante l'attività potrebbero nascere disaccordi tra i compagni che lavorano insieme sul modo di posizionare i tasselli per creare pavimentazioni differenti. In queste occasioni il docente può svolgere il ruolo di osservatore stando particolarmente attento all'uso del linguaggio geometrico utilizzato dagli allievi. A tal proposito, approfittando delle diverse situazioni, l'insegnante potrebbe riprendere i termini geometrici dei poligoni utilizzati, come lati, angoli, diagonali ecc., che possono essere rappresentati anche in posizioni non convenzionali, come indicato nelle indicazioni del Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese.*

L'attività permette anche di applicare diverse trasformazioni isometriche alle figure: traslazione, rotazione e simmetria. È sufficiente utilizzare il mouse associato ai vari pulsanti messi a disposizione dall'applicazione Cabri. Ad esempio, attraverso il distributore è possibile ottenere il numero di poligoni che si desiderano traslare; inoltre è possibile creare il simmetrico di un poligono semplicemente cliccando due volte sulla figura, oppure effettuare delle rotazioni attorno al suo centro cliccando sul pulsante corrispondente. Grazie alla dinamicità del software è così possibile comprendere meglio queste trasformazioni geometriche, cosa non sempre immediata quando l'allievo disegna su un foglio A4.

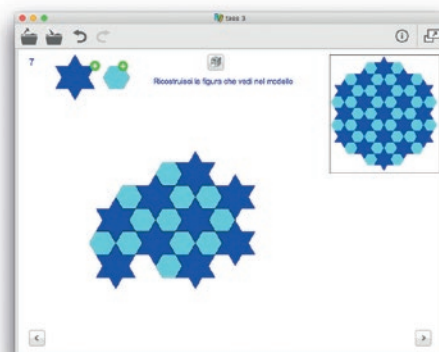
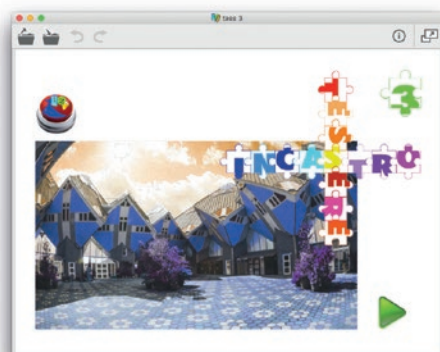
* DECS, 2015

4.21

Prima pagina del quaderno Cabri "Tassellazione 3".

4.22

Esempio di attività di tassellazione svolta nel quaderno Cabri "Tassellazione 3".



Quaderno Cabri "Tassellazione 3" (4.21, 4.22)

Contenuto: approfondire il concetto di tassellazione.

Scopo: tassellare per ottenere effetti particolari.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri si concentra sulla riproduzione di modelli di pavimentazione, con lo scopo di creare determinati effetti artistici. Nell'affrontare queste situazioni, gli allievi mettono in atto la loro capacità di orientamento nel piano per posizionare i tasselli nella maniera corretta e quindi riprodurre il modello dato. Si consiglia di riprendere le rappresentazioni proposte in questo o in altri quaderni anche in ambiente reale, così da favorire negli allievi la manipolazione di strumenti di disegno e di misurazione come riga, squadra e compasso, ma anche riflettere su concetti come la perpendicolarità e il parallelismo dei lati al fine di poterli disegnare correttamente su fogli.

Risulta infine interessante dialogare con gli allievi per comprendere insieme le potenzialità e i limiti degli strumenti utilizzati nelle attività in ambiente reale rispetto a quelli disponibili nell'applicativo.

Quaderno Cabri "Tassellazione 4" (4.24, 4.25)

Contenuto: ricoprire superfici utilizzando tasselli in relazione tra loro.

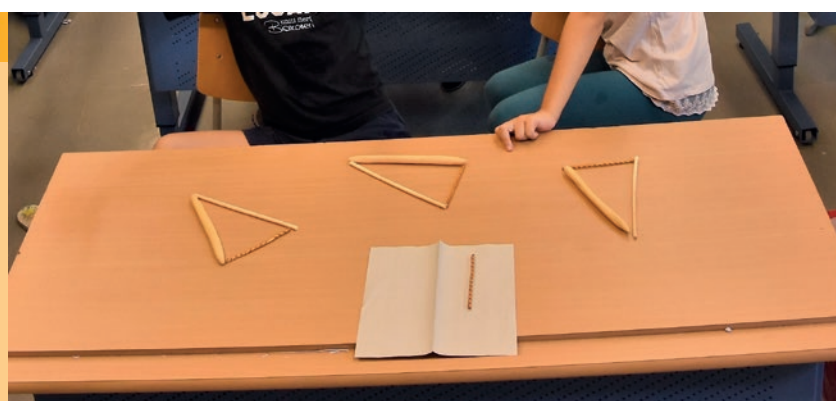
Scopo: riflettere sulle possibili soluzioni, dovute alle relazioni presenti tra i tasselli.

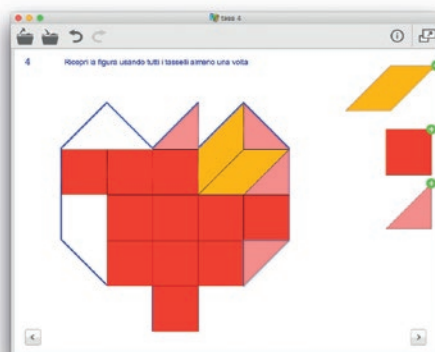
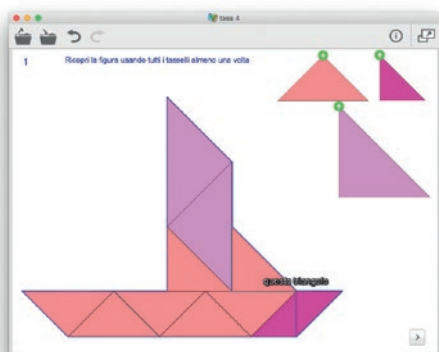
Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno impone ai bambini l'utilizzo dei diversi tasselli forniti dai distributori per ricoprire un poligono generico dato. Tale attività favorisce la ricerca di soluzioni,

4.23

Triangoli costruiti con materiale concreto.





4.24, 4.25

Esempi di attività di tassellazione svolte nel quaderno Cabri "Tassellazione 4".

riflettendo su come i diversi tasselli si accostano tra loro senza lasciare parti di piano vuote. Le discussioni, che possono nascere tra le diverse coppie di allievi che lavorano insieme, necessitano dell'uso di un vocabolario adeguato per potersi capire nella scoperta delle relazioni presenti tra i vari tasselli.

Nell'osservare i bambini al lavoro, il docente può prestare particolare attenzione agli aspetti concettuali e linguistici che emergono e, all'occorrenza, può interrompere l'attività per mettere in evidenza, attraverso una discussione comune, le diverse scoperte, valorizzando il lavoro compiuto dagli allievi. Ciò può essere anche fatto alla fine dell'attività. Per facilitare la discussione a grande gruppo è auspicabile che il docente prepari in precedenza, per esempio su cartoncino colorato, un modello ingrandito di ogni tassello rappresentato sul quaderno Cabri, così da poterlo manipolare durante la discussione collettiva, facilitando la rappresentazione mentale dei diversi aspetti geometrici.

La scoperta delle caratteristiche dei diversi poligoni può avvenire anche attraverso un lavoro a postazioni in ambiente reale. Ai bambini, riuniti a piccoli gruppi, viene chiesto di costruire con sufficiente precisione i poligoni presenti nel quaderno Cabri. Ciò può essere svolto non solo attraverso il disegno geometrico, ma anche utilizzando materiali come bastoncini o cannucce, uniti tra loro con plastilina, riprendendo le competenze manuali sulla costruzione degli scheletrati di solidi, che si suppone siano stati affrontati già negli anni precedenti (4.23).

Anche l'uso di fili di lana o di listelli di cartone da tendere e incollare sul piano, rappresentato dal foglio, possono essere adatti a far emergere diversi concetti e temi geometrici come la congruenza fra lati, l'ampiezza degli angoli e così via (4.26, 4.27).

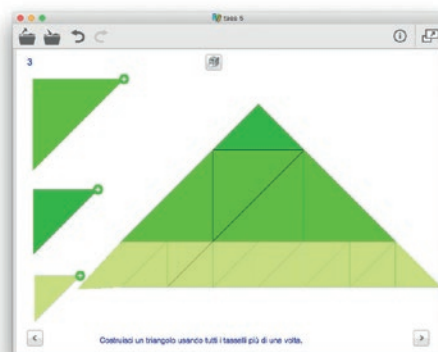
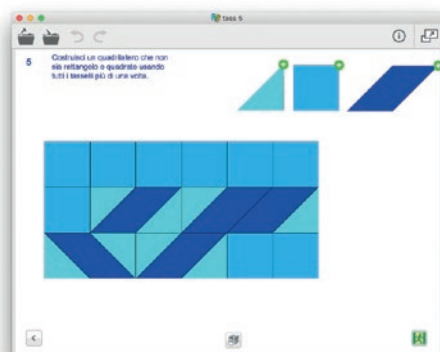


4.26

Allievi al lavoro al computer.

4.27

Allievo mentre disegna un poligono.



4.28, 4.29

Esempi di attività di tassellazione realizzate nel quaderno Cabri "Tassellazione 5".

Quaderno Cabri "Tassellazione 5" (4.28, 4.29)

Contenuto: realizzare una figura utilizzando tasselli in relazione tra di loro.

Scopo: riflettere sulle possibili soluzioni, dovute alle relazioni presenti tra i tasselli.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Prima di affrontare il quaderno Cabri "Tassellazione 5" è necessario che i bambini conoscano il nome e le principali caratteristiche di alcuni poligoni generici o regolari, quali ad esempio il quadrato, il rettangolo, il triangolo o il quadrilatero generico. Questo prerequisito è necessario per poter costruire i poligoni richiesti dalle varie pagine del quaderno Cabri.

I bambini sono chiamati a riflettere sulle proprietà di queste figure per realizzare un determinato poligono richiesto. L'attività risulta particolarmente interessante dato che le soluzioni possono essere diverse a seconda dei tasselli che si intende utilizzare.



TANGRAM CON CABRI

Il quaderno Cabri "Tassellazione 5" potrebbe essere seguito anche dai quaderni Cabri sul Tangram (4.30), attività nella quale il quadrato iniziale è diviso in sette particolari poligoni. La sua ricostruzione, o la creazione di altre figure tangram, permette di consolidare le diverse conoscenze geometriche fin qui affrontate (4.31, 4.32).

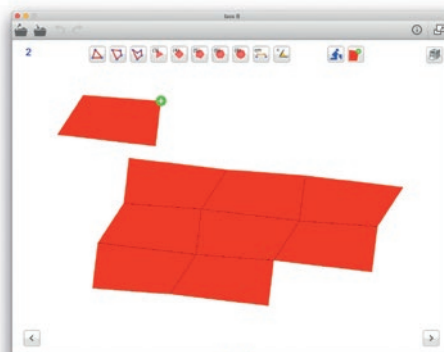
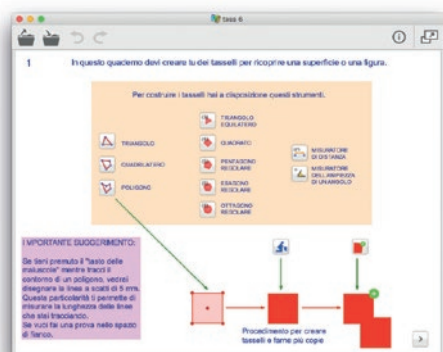
4.30

Il quaderno Cabri sul Tangram.

4.31, 4.32

Attività manuale utilizzando i pezzi del Tangram.





4.33

Pagina iniziale del quaderno Cabri "Tassellazione 6", utile per spiegare agli allievi come realizzare tecnicamente un distributore di tasselli.

4.34

Attività di laboratorio svolta nel quaderno Cabri "Tassellazione 6". L'allievo, dopo aver creato un tassello generico, verifica se tassella il piano.

Quaderno Cabri "Tassellazione 6" (4.33, 4.34)

Contenuto: creare tasselli che ricoprano una figura o una superficie.

Scopo: riflettere sulle caratteristiche di una figura affinché sia tassellabile.

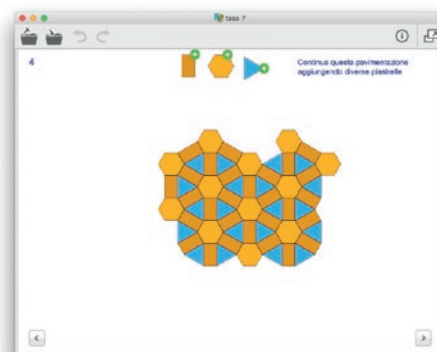
Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questa volta sono i bambini a costruire i tasselli in base alle competenze acquisite nelle attività precedenti. Lo scopo resta quello di ricoprire una parte di piano, definendo inizialmente le condizioni che permettono di raggiungere l'obiettivo. Per costruire i diversi tasselli i bambini hanno a disposizione diversi strumenti, utili per disegnare sia poligoni regolari sia poligoni generici. A seconda delle competenze dei bambini è possibile svolgere delle attività differenziate: per esempio l'insegnante può modificare le consegne da assegnare ai diversi gruppi, oppure imporre dei vincoli che gli allievi devono rispettare per costruire i tasselli, con i quali, in seguito, proveranno a tassellare il piano virtuale. I vincoli posti dal docente mettono gli allievi di fronte a delle interessanti situazioni problematiche, che possono essere affrontate mediante discussioni, formulazione di ipotesi o attraverso tentativi concreti, sempre utilizzando gli strumenti a disposizione.

Alcuni vincoli potrebbero essere:

- i poligoni da costruire possono avere solo 3 lati;
- i poligoni devono avere almeno un angolo retto;
- occorre tassellare il piano utilizzando unicamente 2 tipi di poligoni.

Questo quaderno favorisce anche una prima riflessione sugli angoli, argomento che potrebbe essere introdotto già nella classe III relativamente all'angolo retto, all'angolo piatto e all'angolo giro, ma che sicuramente è necessario sviluppare e approfondire nelle classi successive.



4.35, 4.36

Esempi di attività di tassellazione realizzate nel quaderno Cabri "Tassellazione 7".

Quaderno Cabri "Tassellazione 7" (4.35, 4.36)

Contenuto: approfondire il concetto di tassellazione.

Scopo: scoprire come si possa tassellare per ottenere effetti decorativi particolari.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno permette ai bambini di lavorare su alcune pavimentazioni già iniziate e che vanno completate rispettando gli stessi criteri. Oltre all'aspetto di scoperta di nuovi poligoni, questa attività riprende e favorisce la riflessione sulle relazioni che permettono di unire più tasselli tra loro.

Questa attività può essere proposta anche in ambiente reale, realizzando alcune serie di tasselli per creare "pavimentazioni di fantasia". L'utilizzo dei colori permette di ottenere effetti particolari, senza dimenticare l'aspetto matematico intrinseco nell'attività. I tasselli possono essere realizzati su fogli rigidi di cartone o di plastica, o utilizzando degli stampini ottenuti ritagliando, per esempio, il Moosgummi (4.37, 4.38).

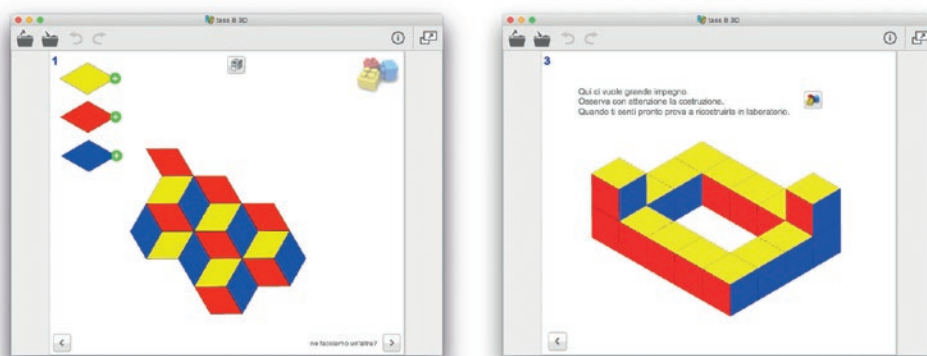
Con gli allievi si procede quindi a un momento riassuntivo, ribadendo e formalizzando quanto scoperto: tutti i triangoli permettono una tassellazione uniforme, tutti i quadrilateri permettono una tassellazione uniforme e i poligoni regolari che permettono di tassellare il piano in modo uniforme sono solo il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono regolare.

Grazie alla varietà di quaderni a disposizione, gli allievi hanno avuto modo di consolidare le condizioni che permettono di tassellare un piano, in modo divertente e creativo. Tutto questo grazie alla possibilità data anche dall'applicazione Cabri di manipolare una notevole varietà di figure geometriche.

4.37, 4.38

Esempio di tassellazione del piano eseguita con gli stampini costruiti dagli allievi con il Moosgummi.





4.39, 4.40

Nelle pagine del quaderno Cabri "Tassellazione 8 3D" l'allievo, usando dei rombi di colore diverso, può realizzare delle composizioni dagli effetti ottici particolari.

Quaderno Cabri "Tassellazione 8 3D" (4.39, 4.40)

Contenuto: realizzare costruzioni/decorazioni che danno il senso della tridimensionalità grazie all'uso del rombo con angoli di 60° e 120° .

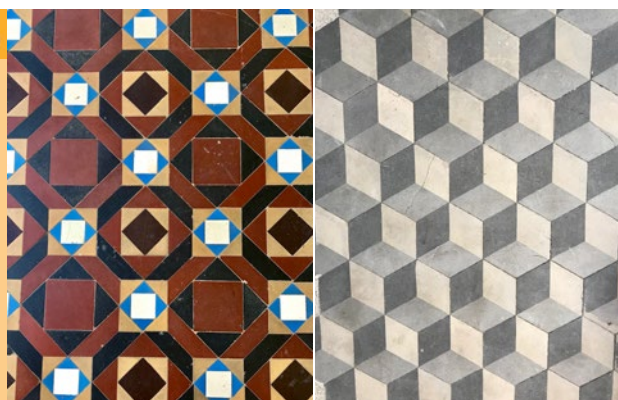
Scopo: riflettere sulle caratteristiche delle figure tassellabili, oltre all'eventuale studio di tassellazioni decorative.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Come attività di sviluppo si può presentare il quaderno "Tassellazione 8 3D", nel quale gli allievi hanno la possibilità di realizzare figure dagli effetti tridimensionali. Il quaderno è composto da poche pagine di scoperta, nelle quali si propone la tassellazione del piano ripetendo un motivo decorativo composto da tre rombi congruenti, ma di colore diverso. L'accostamento di questo particolare quadrilatero, ripetuto più volte, permette di creare un effetto tridimensionale, presente in tante pavimentazioni di monumenti storici e non solo (4.41). Da qui la possibilità di agganciare la riflessione proponendo alla classe una ricerca di altrettanti motivi decorativi dagli effetti particolari presenti nel reale. Dal punto di vista matematico potrebbe essere interessante chiedere agli allievi di dedurre dalla tassellazione l'ampiezza degli angoli dei rombi utilizzati.

Creiamo un "nuovo Tetris"

Come momento riassuntivo del lavoro fin qui svolto si propone l'attività, già vista all'inizio del percorso per la classe III (si veda il paragrafo "Poligoni che tassellano e poligoni che non tassellano", p. 33), che stimola la riflessione sulle figure che tassellano e quelle che non tassellano. Si tratta di rispondere al quesito: è possibile giocare a Tetris utilizzando come figure ripetute altri poligoni differenti da quelli del gioco originale?

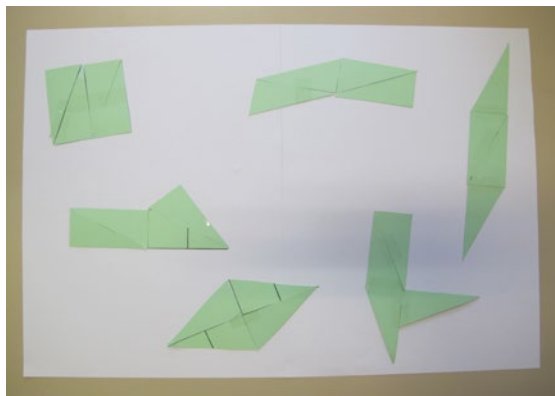


4.41

Esempi di pavimentazioni presenti in vecchi edifici privati in Ticino.

4.42

Poliforme create dagli allievi utilizzando come poligono un triangolo rettangolo scaleno. La figura in basso a destra non è corretta, perché non tutti i lati dei triangoli com-
baciano e quindi non rispetta il vincolo di far coincidere i lati punto per punto.



Le molte attività geometriche svolte finora in ambiente reale e con l'applicativo Cabri hanno consentito di introdurre le descrizioni e le definizioni dei vari poligoni incontrati. Un ultimo momento di lavoro permette la sintesi dei concetti trattati.

Agli allievi si propone di creare un nuovo gioco, prendendo spunto dal Tetris, da realizzare concretamente con carta e forbici. I pezzi del nuovo gioco sono delle poliforme, che si ottengono accostando non più dei quadrati, ma altre tipologie di poligoni. La superficie da tassellare è un foglio A2.

Trattandosi di un gioco che si svolge in un ambiente bidimensionale, il foglio appunto, è importante stabilire che i pezzi di questo nuovo gioco possono essere ruotati e traslati, ma in questo caso senza accettare le simmetrie.

Si discute con gli allievi quali possano essere i poligoni da scegliere per la costruzione dei nuovi pezzi del gioco. Gli allievi affermano con facilità che questi devono essere figure che tassellano uniformemente un piano. Grazie al lavoro svolto con i quaderni Cabri, gli allievi arrivano a proporre, per la realizzazione delle poliforme, l'utilizzo di un qualsiasi quadrilatero, l'esagono regolare e un qualsiasi triangolo. A seconda delle proposte che escono dai bambini si possono fare diverse scelte.

Nel nostro caso, in base alle sollecitazioni emerse, si è deciso di consegnare a ciascun allievo quattro triangoli scaleni rettangoli, congruenti tra loro, e di chiedere di costruire varie possibili soluzioni di poliforme, accostando i pezzi. Il solo vincolo da rispettare, apparentemente scontato, è che due lati dei triangoli devono coincidere punto per punto.

Terminata la costruzione delle figure, si propone agli allievi la tassellazione del foglio A2 simulando il gioco originale. In maniera empirica, si scopre che la scelta del triangolo

4.43

L'allievo taglia una poliforma da una griglia formata da triangoli equilateri.

4.44

Soluzioni di poliforme ottenute con 4 esagoni regolari.



scaleno non è la migliore, perché le caratteristiche delle poliforme create con questo poligono rendono il gioco estremamente complesso e poco fluido (4.42).

Dopo l'esperienza vissuta si deduce, in analogia con quanto visto nei tetramini del Tetris, che sarebbe meglio costruire le poliforme partendo da poligoni regolari che tassellano il piano. Si chiede così agli allievi, oltre al quadrato, di esplicitare i poligoni che soddisfano questa condizione: triangolo equilatero ed esagono regolare.

A questo punto gli allievi costruiscono alcuni triangoli equilateri ed esagoni regolari e compongono le poliforme per il nuovo gioco (4.43, 4.44).

Conclusione: giochiamo al nuovo gioco del Tetris

Terminata la costruzione dei pezzi, ci si prepara a giocare.

Gli allievi ricevono un foglio A2 con stampata una griglia formata da triangoli equilateri o esagoni regolari a seconda delle poliforme costruite.

Si assegna ad ogni poliforma un valore numerico. Il risultato del lancio di due dadi coincide con il valore di una poliforma e stabilisce la figura che viene assegnata al giocatore che ha lanciato i dadi. Ricevuta la figura, il giocatore la deve collocare sul foglio A2, simulando il movimento dei pezzi del gioco originale che avviene da un lato del rettangolo al lato opposto.

Nel gioco originale, ogniqualvolta il giocatore completa una riga, questa viene cancellata. Non potendo effettuare quest'ultima azione nel reale, alla conclusione del gioco, rappresentata dall'impossibilità di tassellare ulteriormente la superficie del foglio, si contano le poliforme posizionate sulla griglia, assegnando la vittoria al giocatore che ne ha posizionate il numero maggiore (4.45, 4.46).



4.45, 4.46

Gli allievi sperimentano il nuovo gioco del Tetris da loro costruito.

LE REGOLE DEL NUOVO TETRIS SCRITTE DAI BAMBINI

Dopo aver costruito i vari pezzi del nuovo Tetris e aver provato a giocare per verificarne il funzionamento, gli allievi redigono un testo regolativo, che spiega il funzionamento del gioco.

Ecco quanto prodotto dagli allievi di III elementare:

Regole del gioco

1. Il pezzo deve sempre cadere dall'alto.
2. Si può far ruotare un pezzo di 360° per non più di due volte.
3. Con intervalli di un secondo il pezzo scende di una riga, finché non raggiunge un blocco.
4. Una volta posizionato il pezzo non si può più spostarlo.
5. In ogni turno si fa una volta il lancio dei due dadi.
6. All'inizio tutte le squadre lanciano i dadi, la squadra che ha il punteggio più alto inizia, dopo si continua a lanciare i dadi in senso orario.

Attività di sviluppo: classi IV e V

Gioco dei Pentamini

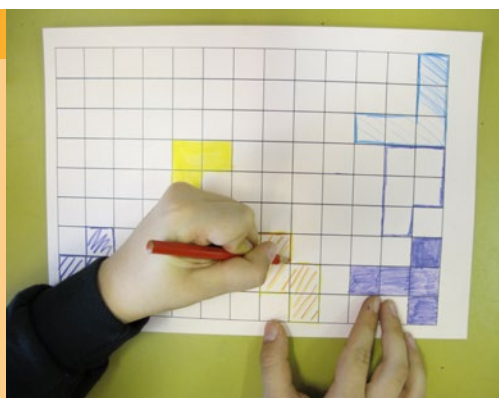
Il percorso per le classi IV e V si sviluppa, come per gli allievi di III elementare, partendo dall'attività di scoperta o di ripresa del gioco del Tetris, presentata a p. 31. Questa volta si chiede loro di scoprire e disegnare gli elementi di una variante ipotetica del Tetris, chiamato dagli allievi "Pentatetris". Nel "Pentatetris" si utilizzano dei pentamini, figure

4.47

Allievo intento a individuare i 12 possibili pentamini, aiutandosi con una griglia quadrettata.

4.48

Allievi che incollano su un cartellone le soluzioni scoperte.





4.49

Prima pagina del quaderno Cabri "Pentamini".

geometriche piane composte da 5 quadrati. La sfida iniziale consiste nel trovare tutti i diversi pentamini possibili, eliminando quelli tra loro simmetrici o ottenuti da una rotazione. Per favorire lo svolgimento dell'attività e per ottenere risultati uniformi in termini di dimensione dei pentamini, agli allievi viene distribuito un foglio sul quale è disegnata una griglia. Per comodità si consiglia di utilizzare caselle di 2 cm di lato.

Dopo l'attività di scoperta e costruzione dei diversi pentamini, un cartellone riassuntivo raccoglie ed espone i poligoni individuati, così da poterli confrontare tra loro ed eliminare eventuali congruenze.

Verificata la condizione che non ce ne siano due con la medesima disposizione di quadratini, si giunge alla conclusione che si possono costruire un massimo di 12 pentamini differenti (4.47, 4.48).

Quaderno Cabri "Pentamini" (4.49, 4.50, 4.51)

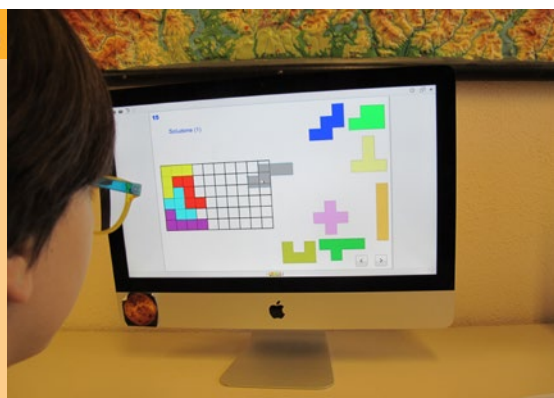
Contenuto: trovare i 12 pentamini e formare rettangoli assegnati con i 12 pentamini.

Scopo: riflettere sulle combinazioni possibili di poliforme formate da 5 quadrati e scoprire alcune possibilità di combinazione delle 12 figure.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

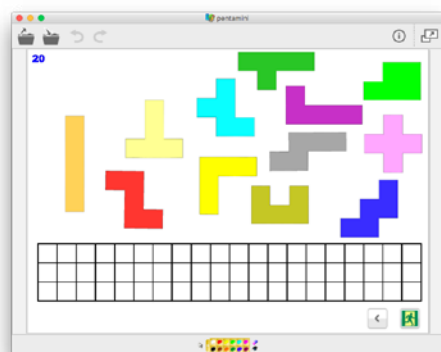
Il quaderno Cabri chiamato "Pentamini" è finalizzato alla costruzione dei diversi pentamini e potrebbe essere proposto in parallelo all'attività nel reale.

Nelle prime pagine del quaderno Cabri gli allievi hanno la possibilità di ricercare tutte le 12 combinazioni, mentre nelle successive pagine i bambini si confrontano con la coinvolgente sfida di utilizzare i pentamini per il ricoprimento di diversi rettangoli aventi superfici equiestese (60 quadrati).



4.50

Allievo che risolve una situazione proposta nel quaderno Cabri "Pentamini" che chiede di ricoprire una griglia quadrettata di 60 quadrati.



4.51

Altra situazione proposta nel quaderno Cabri "Pentamini".

Il lavoro nell'ambiente virtuale sgrava gli allievi dalla "fatica" della preparazione del materiale a vantaggio dell'attività di scoperta e di riflessione. Inoltre consente di vivere con minor frustrazione le possibili soluzioni non corrette, che possono essere semplicemente cancellate e sostituite da quelle nuove, con l'opportunità di agire per tentativi ed errori riflettendo sulla propria azione. Nell'affrontare queste attività è importante che il docente medi l'operato degli allievi affinché non si limiti a una serie di prove prive di ragionamento, ponendo il focus sulla riflessione e sulla scoperta.

È possibile proporre altrettante sfide accattivanti attraverso giochi geometrici nel reale. Lo scopo è di favorire le capacità di astrazione e porre gli allievi in situazioni nelle quali possano sviluppare competenze di previsione e lavorare su un primo approccio al concetto di area. Di seguito ne riportiamo la descrizione.

Gioco del Pentatetris a coppie

Materiali: pentamini, un dado a sei facce.

È possibile utilizzare alcuni pentamini per tassellare un foglio rettangolare quadrettato, partendo da uno dei suoi lati e procedendo verso quello opposto. Le regole sono quelle del Tetris: ogni volta che una linea viene ricoperta per intero si ottiene un punto.

I 12 pentamini sono raggruppati in 6 mazzetti, due tipi in ciascun mazzetto, numerati da 1 a 6. I bambini, a turno, lanciano il dado e, in funzione del numero che ottengono, utilizzano il pentamino corrispondente al numero del dado uscito (4.52, 4.53).

Congruenza con i pentamini

Materiali: pentamini, figure tassellabili dai pentamini.

Il docente mostra ai bambini alcuni poligoni quadrettati (4.54). I quadrati della griglia

4.52

Allievi che giocano a "Pentatetris".

4.53

Materiale del gioco "Pentatetris".



sono congruenti a quelli che formano i pentamini. Ai bambini, disposti a gruppi, viene posta la sfida di determinare a priori i pentamini necessari per tassellare completamente la figura, ricostruendola su un tavolo. La verifica della correttezza del compito può essere svolta sovrapponendo i modelli mostrati dal docente alle figure ottenute dai bambini sul loro banco (4.55).

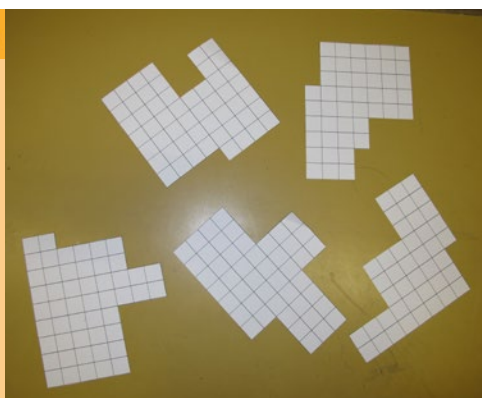
Ricopri la scacchiera

Materiali: una scacchiera classica (8×8), una serie di 12 pentamini per ogni giocatore, con i quadratini congruenti alle caselle della scacchiera.

I bambini a coppie collocano a turno i loro pezzi sulla scacchiera, appoggiandoli dove ve ne sia la possibilità. Un bambino vince quando l'avversario non riesce più a posizionare sulla scacchiera un suo pentamino.

Il gioco permette di far riflettere gli allievi sul fatto che è impossibile, per entrambi i giocatori, posizionare tutti i propri pentamini sulla griglia, perché la superficie totale dei pezzi a disposizione ha un'estensione maggiore di quella della scacchiera: $12 \text{ pentamini} \times 5 \text{ quadratini} \times 2 \text{ giocatori} = 120 \text{ quadratini}$, che sono in numero maggiore dei 64 quadratini della scacchiera.

Varianti della medesima attività possono essere giocate utilizzando i tetramini. In questo caso occorrono due serie di tetramini ciascuno, oppure una serie a testa giocando in tre o quattro giocatori (4.56, 4.57).



4.54

Materiale per giocare a
"Congruenza con i pentamini".

4.55

Allievi intenti a giocare a
"Congruenza con i pentamini".

GLI SVILUPPI DEL CUBO

Ragionando sulle sei facce e sugli spigoli del cubo, come attività complementare alla costruzione dei pentamini, si può proporre agli allievi di scoprire gli 11 sviluppi del cubo. L'attività consiste inizialmente nel distribuire a ogni allievo dei piccoli cubi di carta (costruiti in precedenza dal docente), con la consegna di determinare quali spigoli occorre tagliare per collocare tutte le facce del cubo su un piano senza staccarle tra loro: si ottiene così un suo sviluppo, che è anche uno dei possibili esami.

Una volta compreso il senso dell'attività, e con essa il concetto di sviluppo, che potrebbero già aver affrontato nel primo ciclo, gli allievi sono invitati a scoprire altri sviluppi del cubo. Facendo dapprima capo alle loro capacità di astrazione, gli allievi potranno poi verificare in un se-

condo momento tramite modelli concreti se le soluzioni proposte permettono effettivamente di ricostruire il solido. È possibile mostrare agli allievi che gli sviluppi del cubo sono particolari tipi di esami, ossia disposizioni di 6 quadratini uniti lato a lato, ma forse non sono gli unici possibili. Volendo è possibile andare a caccia di tutti gli esami che sono ben 35.

Anche a livello informatico l'applicazione Cabri fornisce un notevole aiuto; con i quaderni Cabri "Svil da 1 a 8" e "Sviluppi Cubo" i bambini possono "smontare" e rimontare diverse tipologie di solidi, arricchendo in tal modo le loro esperienze nelle attività di passaggio dallo spazio al piano e viceversa.

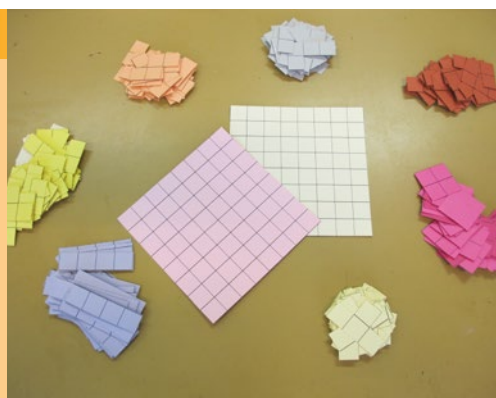
I diversi pentamini scoperti e costruiti dai bambini diventano un utile materiale per introdurre una prima riflessione sul perimetro e sull'area. Gli allievi potrebbero ad esempio completare uno schema riassuntivo, nel quale indicare per ciascuna figura il perimetro e l'area. La tabella potrebbe essere proposta nel seguente modo:

4.56

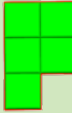
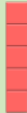
Materiale necessario per giocare a "Ricopri la scacchiera".

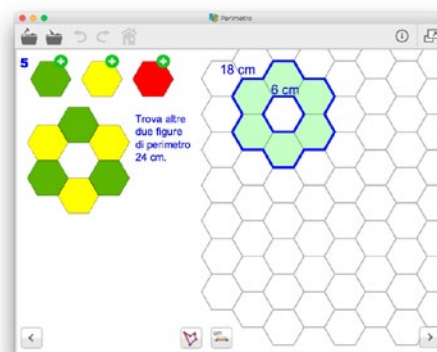
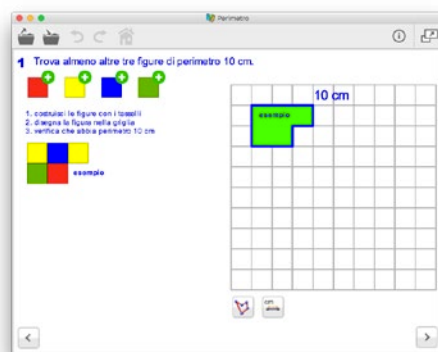
4.57

Allievi mentre giocano a "Ricopri la scacchiera".



AREA E PERIMETRO DI CIASCUN PENTAMINO

Tipo di pentamino	Perimetro (in unità <i>segmenti</i> oppure in cm se si considera la lunghezza del segmento)	Area (in unità <i>quadretto</i> oppure cm ² se si considera l'area effettiva di un quadretto)
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 10 segmenti P = 10 × 2 cm = 20 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²
	P = 12 segmenti P = 12 × 2 cm = 24 cm	A = 5 quadretti A = 5 × 4 cm ² = 20 cm ²



4.58, 4.59

Esempi di attività del quaderno Cabri "Perimetro". L'attività chiede di realizzare figure isoperimetriche utilizzando tasselli di varie forme.

Attraverso una discussione collettiva, in merito all'osservazione dei dati inseriti nella tabella, i bambini giungono alla conclusione che tutti i pentamini rappresentati hanno la stessa area, quindi sono equiestesi. Non sempre però hanno lo stesso perimetro: c'è un caso in cui il perimetro è di 10 segmenti e non di 12.

A questo punto del percorso, ci sembra opportuno proporre agli allievi un quaderno Cabri che permetta di stimolare riflessioni legate al perimetro e all'area.

Grazie al quaderno Cabri "Perimetro" i bambini esercitano il concetto di misura del contorno, che è sicuramente già stato introdotto nel primo ciclo con attività concrete fatte con corde, spaghi e fili, e riflettono sulla realizzazione di poligoni isoperimetrici. Per facilitare la costruzione di questi poligoni e la determinazione del perimetro e della superficie occupata, questi poligoni sono collocati all'interno di griglie isometriche.

Quaderno Cabri "Perimetro" (4.58, 4.59)

Contenuto: utilizzare dei tasselli per costruire delle figure con perimetro dato.

Scopo: lavorare sul concetto di perimetro e riflettere sui rapporti tra area e perimetro (area massima/area minima).

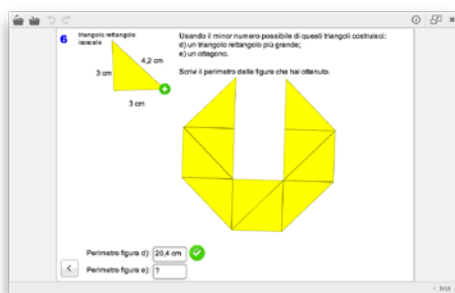
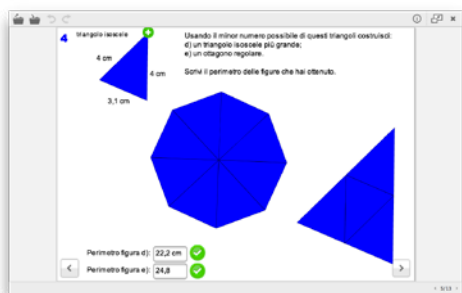
Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

In questo quaderno Cabri i bambini devono individuare e costruire dei poligoni isoperimetrici a un modello dato, ottenuti tramite dei tasselli congruenti. Dopo aver accostato i vari tasselli all'interno di una griglia, lo strumento *crea poligono* permette di tracciare il contorno della figura costruita, mentre gli strumenti *misura il contorno* o *misura la superficie* permettono di conoscerne rispettivamente perimetro e area. Completata la

4.60

Allievi al lavoro con il computer.





4.61, 4.62

Esempi di attività del quaderno Cabri "Triangoli e perimetro".

costruzione dei poligoni, i bambini verificano il rispetto della consegna, confrontando il perimetro dei poligoni ottenuti con quello del modello.

Nell'affrontare questa attività spesso i bambini procedono per tentativi, aggiungendo o togliendo in modo non ragionato i quadratini che compongono le loro costruzioni, senza interrogarsi sui motivi della loro scelta. In queste situazioni diventa importante il ruolo del docente che, osservando l'azione degli allievi, interviene e li invita a riflettere sul loro operato (4.60).

Quaderno Cabri "Triangoli e perimetro" (4.61, 4.62)

Contenuto: costruire poligoni con triangoli e definirne il perimetro.

Scopo: lavorare sulle relazioni tra i perimetri dei poligoni e le lunghezze dei lati dei triangoli che li hanno generati.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

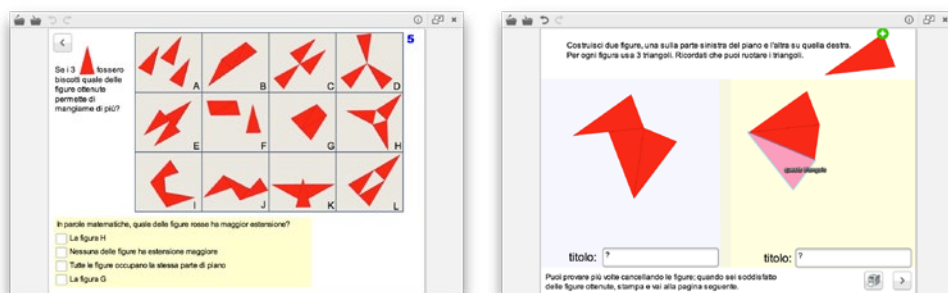
In questo quaderno Cabri gli allievi si trovano confrontati con la richiesta di costruire dei poligoni partendo da tasselli triangolari. Di ogni poligono costruito occorre poi calcolarne il perimetro, così da rafforzare l'assimilazione del concetto di misura del contorno.

In aggiunta all'attività al computer alcuni poligoni scelti dai bambini o indicati dal docente possono anche essere disegnati su carta isometrica, millimetrata, oppure semplicemente su carta da disegno bianca.

Il docente può anche lanciare un'ulteriore sfida: realizzare ingrandimenti o riduzioni delle figure incontrate nel quaderno Cabri, così da ottenere figure simili. Per raggiungere lo scopo gli strumenti di misura e di disegno, come il righello, il compasso o la squadra, dovranno essere utilizzati con molta precisione, ma si rende altrettanto necessario tener

4.63, 4.64

"AreaPerimetro 1".



conto delle caratteristiche geometriche dei poligoni da riprodurre e delle caratteristiche da considerare per ottenere figure simili.

Ottenuti i disegni, si potrà infine riflettere su come il perimetro o l'area si modifichino rispetto al raddoppiamento della lunghezza dei lati.

Quaderni Cabri "AreaPerimetro" da 1 a 6 (4.63, 4.64, 4.65, 4.66, 4.67, 4.68, 4.69, 4.70, 4.71, 4.72, 4.73, 4.74)

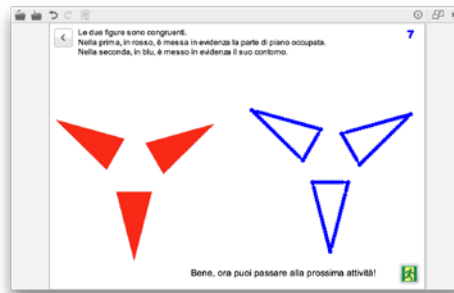
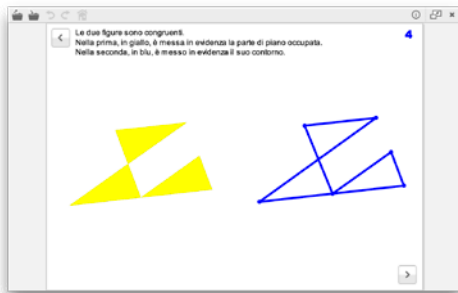
Contenuti: attività su figure equiestese, osservare e tracciare contorni di figure, calcolare aree di quadrilateri dinamici, mettere in relazione area e perimetro di figure date usando gli strumenti di misurazione di Cabri, studio dei rapporti tra area e perimetro.

Scopi: riflettere sul concetto di equiestensione, riflettere sulle figure generalmente ritenute non convenzionali, rafforzare i concetti di perimetro e area, misurare l'area per mezzo di ricoprimenti, stimolare l'anticipazione.

Tipi di quaderno: quaderni di scoperta, di applicazione e di esercitazione.

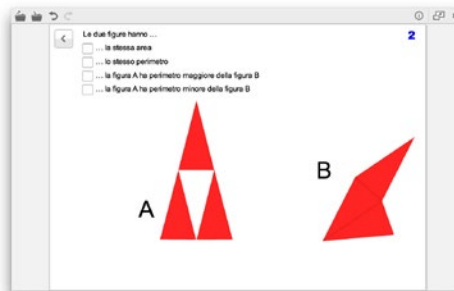
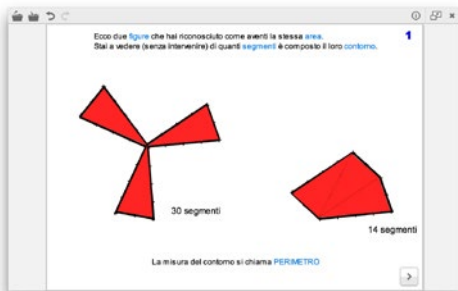
Nel materiale messo a disposizione dal progetto Cabri sono disponibili una serie di quaderni con i quali i bambini hanno l'opportunità di allenare e consolidare i concetti di perimetro e area.

Nei primi tre quaderni si lavora principalmente con diverse tipologie di triangoli, riflettendo e mettendo a confronto i loro perimetri e le loro aree. Si passa poi alla misurazione del contorno o della superficie utilizzando l'unità di misura segmento per il perimetro e l'unità tassello per l'area.



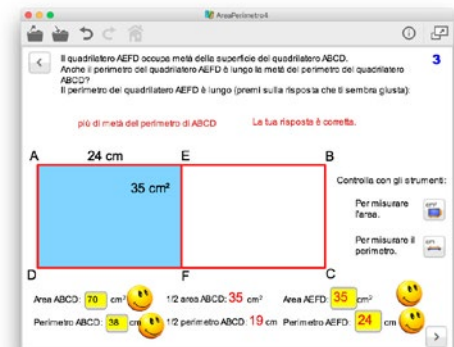
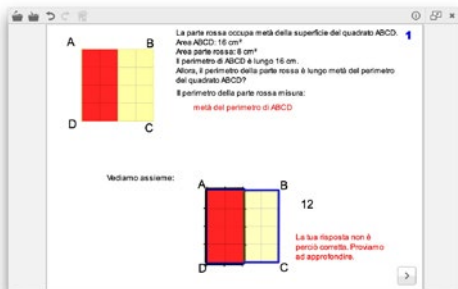
4.65, 4.66

"AreaPerimetro 2".



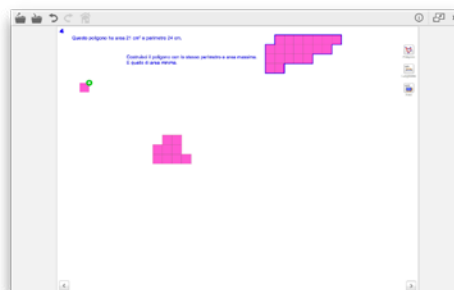
4.67, 4.68

"AreaPerimetro 3".



4.69, 4.70

"AreaPerimetro 4".

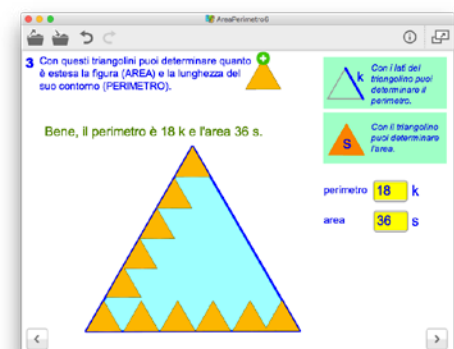
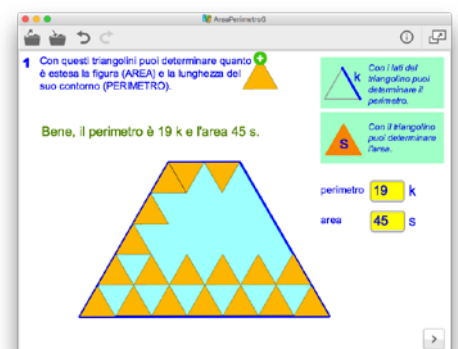


4.71

Prima pagina del quaderno Cabri "AreaPerimetro 5".

4.72

Tentativo di soluzione non riuscito di un'attività all'interno del quaderno Cabri "AreaPerimetro 5". La figura non ha lo stesso perimetro del poligono dato.



4.73, 4.74

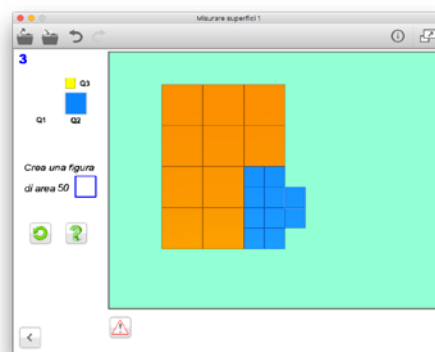
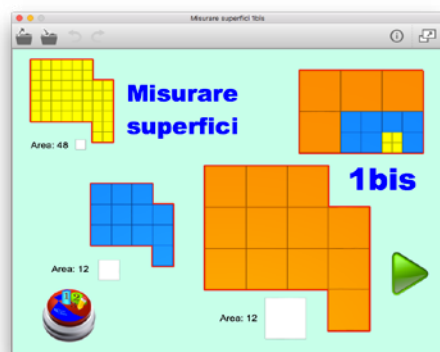
"AreaPerimetro 6".

4.75

Prima pagina del quaderno Cabri "Misurare superfici 1bis".

4.76

Attività alla pagina 3 del quaderno Cabri "Misurare superfici 1bis".



È opportuno segnalare, tra questa serie di quaderni Cabri, quelli intitolati "AreaPerimetro 4" e "AreaPerimetro 5". In questi quaderni si offre al docente l'opportunità di avvicinare gli allievi all'istituzionalizzazione del cm per il perimetro e del cm^2 per l'area, sottomultipli dell'unità di misura convenzionale per queste due grandezze.

Nel quaderno Cabri "AreaPerimetro 6" si ritorna invece all'uso di unità di misura non convenzionali. L'esercizio consiste nel determinare il perimetro e l'area di una certa figura utilizzando il lato di un triangolo equilatero e la sua superficie.

Quaderni Cabri "Misurare superfici 1" e "Misurare superfici 1bis" (4.75, 4.76)

Contenuto: costruire figure con area data utilizzando dei tasselli ed esprimere l'area di figure con tasselli (in rapporto tra loro: $1/1$, $1/4$ e $1/16$).

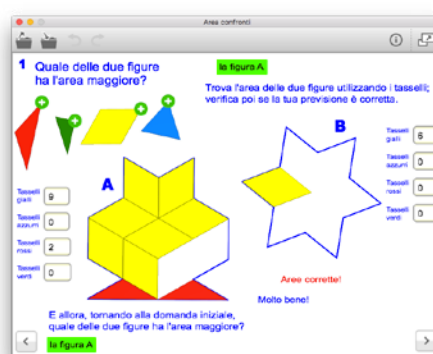
Scopi: calcolare l'area per mezzo di ricoprimenti e unità campione, anche non intere, ed esprimere l'area con frazioni o numeri decimali.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

I due quaderni Cabri permettono agli allievi di costruire poligoni utilizzando tre tipi di tasselli di forma quadrata, ma di estensione differente. Utilizzando questi poligoni, ai bambini viene chiesto di costruire delle figure di area uguale a un valore prestabilito. Mettendo in relazione i tasselli usati per costruire le diverse figure, si scopre che il valore numerico dell'area può variare a seconda dell'unità di misura utilizzata.

Quaderno Cabri "Confronti di aree" (4.77, 4.78)

Contenuto: confrontare l'area di due figure mediante tassellazione, usando tasselli di-



4.77

Prima pagina del quaderno Cabri "Confronti di aree".

4.78

Attività in elaborazione del quaderno Cabri "Confronti di aree".

versi, ma in relazione tra loro.

Scopi: calcolare un'area mediante unità di misura campione e scoprire rapporti di aree; permettere all'allievo di sperimentare le sue capacità di stima.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta ed esercitazione.

Questo quaderno propone il confronto delle aree dei poligoni dati (due in ogni pagina). Le riflessioni e le discussioni che nascono al termine delle diverse attività sono concentrate sulla scelta delle unità di misura, dunque dei tasselli, da utilizzare per determinare l'area dei diversi poligoni ed effettuarne il confronto.

Quaderno Cabri "Ricopri e misura" (4.79, 4.80)

Contenuto: ricoprire la superficie di alcune figure mediante tassellazione, utilizzando tasselli diversi.

Scopo: portare l'allievo a determinare un'area mediante delle unità di misura campione e stabilirne il rapporto.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta e di esercitazione.

Gli allievi devono scegliere come posizionare i tasselli dati in modo da non fuoriuscire dal contorno e rispettare i vincoli proposti dall'attività. Laddove possibile, si potrà utilizzare eventualmente la simmetria delle figure, trasformando quindi un tassello nel suo simmetrico, per completare la tassellazione.

Quaderno Cabri "Area equivalenza" (4.83, 4.84)

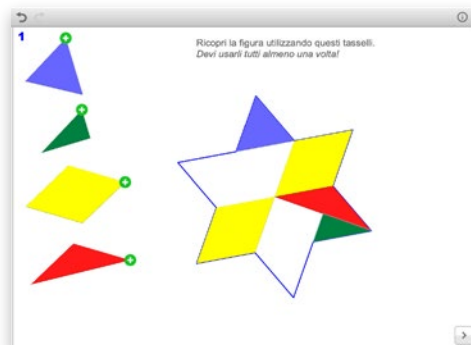
Contenuto: data una figura, costruirne una equiestesa utilizzando tasselli diversi.

4.79

Prima pagina del quaderno Cabri "Ricopri e misura".

4.80

Attività in corso del quaderno Cabri "Ricopri e misura".



Scopo: determinare un'area mediante delle unità di misura campione, scoprendo il rapporto tra aree.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta ed esercitazione.

In questo quaderno, gli allievi sono invitati a costruire una figura equiestesa a un poligono dato, utilizzando un tassello specifico.

Dapprima è necessario determinare l'area del poligono, contando i tasselli che lo compongono; in seguito con il tassello proposto e non congruente a quello utilizzato per tassellare il poligono, gli allievi costruiscono una figura equiestesa al poligono di partenza. In questo modo, per poter svolgere l'attività, è necessario riflettere sul rapporto tra le aree dei tasselli.

Il passaggio alla pagina successiva è possibile solo quando i bambini hanno svolto il compito correttamente.

Quaderno Cabri "Figure equiestese" (4.87, 4.88)

Contenuto: costruire figure equiestese a una figura data su griglia con e senza strumento di misura dell'area.

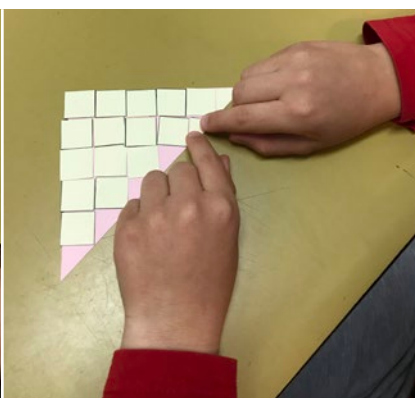
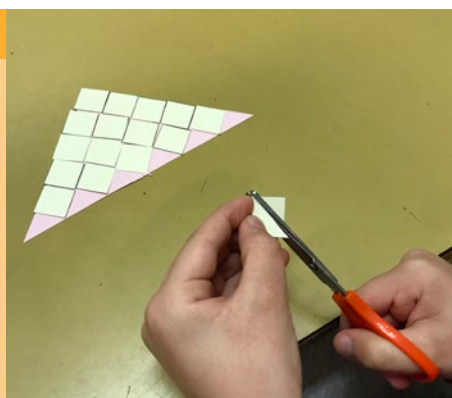
Scopo: lavorare sull'equiestensione, considerando le caratteristiche dei poligoni richiesti e loro possibili scomposizioni.

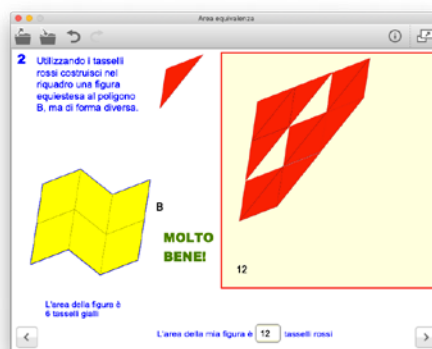
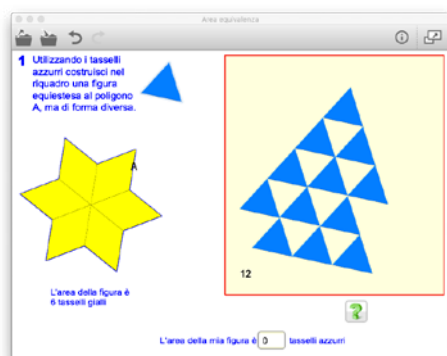
Tipo di quaderno: quaderno di scoperta ed esercitazione.

Per approfondire il tema dell'area, il quaderno Cabri "Figure equiestese" permette la costruzione di diversi poligoni rispettando il vincolo di equiestensione con un poligono di riferimento.

4.81, 4.82

Allievo mentre misura la superficie di un poligono assegnato.





4.83, 4.84

Esempi di attività del quaderno Cabri "Area equivalenza". Utilizzando un tassello dato, si chiede di costruire una figura equiestesa all'esempio assegnato.

In questo quaderno sono messi a disposizione lo strumento *disegna poligono* e lo strumento *misura superficie*, molto utili per verificare la correttezza del poligono costruito.

Parallelamente al lavoro sui quaderni Cabri citati, il docente può proporre agli allievi alcune attività di misurazione della superficie in ambiente reale. Lo scopo di queste attività è scoprire che il tassello, utilizzato come unità di misura per determinare l'area di una figura, può essere suddiviso in più parti per adattarlo alla superficie da misurare (4.81, 4.82).

Per comprendere questo delicato concetto, una prima attività introduttiva chiede ai bambini di ritagliare da un foglio di carta un quadrato di area 1 dm^2 , che poi viene in seguito ritagliato e assemblato nuovamente in modo da ottenere nuovi tasselli di forma diversa, ma sempre equiestesi al quadrato di partenza. Può essere senza dubbio utile rievocare quanto scoperto attraverso il gioco del Tetris, nel quale i pezzi del gioco, pur avendo forme differenti, sono fra loro equiestesi.

Una proposta interessante è quella di suggerire agli allievi un'attività che vada a stimolare la loro creatività: la costruzione di tasselli di area 1 dm^2 dalla forma non quadrata, ossia non convenzionale.

La ricchezza nella varietà di figure equiestese richieste dalla consegna permette di rafforzare l'idea che l'unità di misura della superficie non necessariamente deve essere rappresentata con un quadrato (4.85, 4.86).

Una volta assimilato il principio che sia possibile modificare la forma della figura pur mantenendo invariata la sua estensione, si consegna agli allievi un foglio quadrettato (dimensione del quadretto: $0,5 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm}$) su cui sono disegnati dei poligoni. I lati di



4.85, 4.86

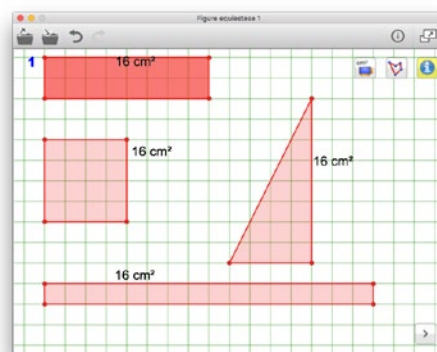
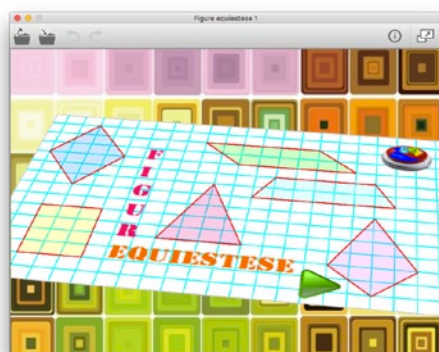
Gli allievi realizzano il proprio dm^2 di forma non quadrata (non convenzionale).

4.87

Prima pagina del quaderno Cabri "Figure equiestese".

4.88

Pagina 1 del quaderno Cabri "Figure equiestese". Utilizzando gli strumenti *disegna poligono* e *misura superficie* si chiede di disegnare 5 poligoni equiestesi al rettangolo rosso scuro, in alto a sinistra.



alcuni di questi poligoni non coincidono con quelli dei quadretti della griglia (4.91).

Ai bambini si chiede di ipotizzare quale tra le varie figure disegnate sul foglio abbia il perimetro maggiore, minore o uguale e quale abbia l'area maggiore, minore o uguale rispetto a una figura data. Successivamente si chiede di verificare le ipotesi formulate. Se per determinare il perimetro è sufficiente sommare le misure dei lati rilevate con il righello, per l'area l'attività si fa più complessa. La semplice conta dell'unità di misura quadretto non è più sufficiente. Per misurare alcune parti della superficie di alcune figure, gli allievi devono intuire l'uso di un'unità di misura corrispondente a $\frac{1}{2}$ della superficie del quadretto della griglia (vedi lato a o lato b della figura 4.91), oppure $\frac{1}{2}$ della superficie di tre quadretti della griglia (vedi lato c della figura 4.91). Sommando adeguatamente le misure delle varie parti, sarà possibile ottenere e confrontare l'area dei poligoni. Questo lavoro è svolto a piccoli gruppi, così da favorire le discussioni su come superare le difficoltà legate alle misurazioni.

Al termine di questa prima attività, si raccolgono le diverse strategie e i risultati ottenuti, utili per l'attività successiva sul confronto delle diverse superfici.

Una proposta alternativa alla precedente è rappresentata da un'altra sfida, che consiste nel disegnare, sempre su fogli a quadretti, il maggior numero di poligoni equiestesi, ma di forma diversa.

In questo caso, dopo aver discusso e disegnato diversi poligoni, si può chiedere ai bambini di scrivere il procedimento risolutivo che hanno scelto per calcolare l'area delle diverse superfici.

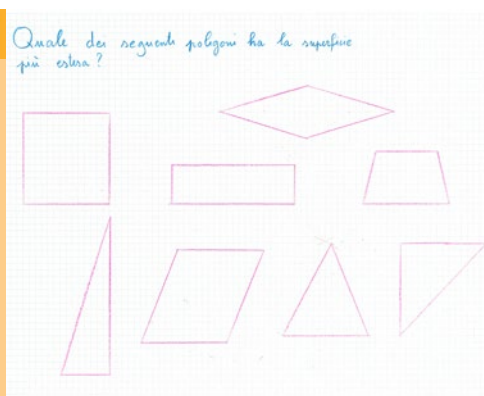
Attraverso quest'attività i bambini scoprono o ripassano le diverse modalità utilizzate per determinare l'area in forma diretta (conta dei tasselli) e in forma indiretta (utilizzo di operazioni matematiche) (4.89, 4.90).

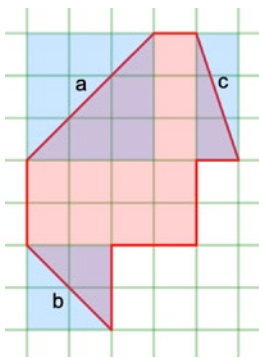
4.89

Esempio di attività individuale per esercitare la determinazione del perimetro e dell'area di poligoni convenzionali.

4.90

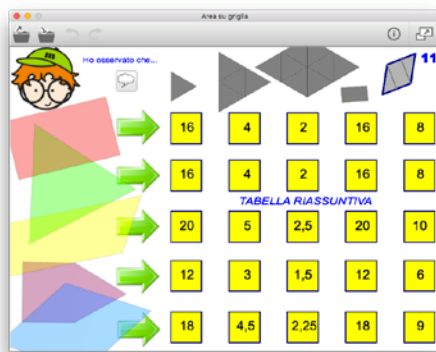
Allieva impegnata a determinare l'area di un rombo.





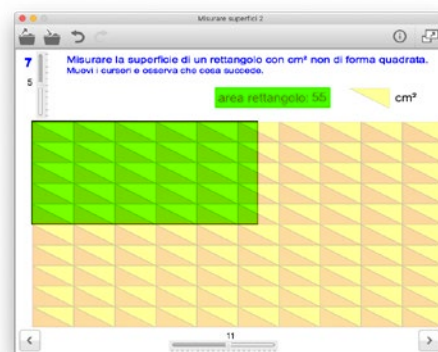
4.91

Una delle figure proposte per invitare gli allievi a trovare delle soluzioni per determinare l'area di un poligono non convenzionale.



4.92

Riassunto dei dati raccolti al termine dell'attività del quaderno Cabri "Area su griglia".



4.93

Esempi di attività del quaderno Cabri "Misurare superfici 2".

I quaderni Cabri "Area su griglia", "Misurare superfici 2" o "Misurare superfici 3", possono essere affrontati in parallelo o immediatamente dopo le attività proposte in ambiente reale e permettono agli allievi di confrontarsi con difficoltà simili in ambiente virtuale.

Quaderno Cabri "Area su griglia" (4.92)

Contenuti: sovrapporre poligoni su griglie diverse (unità di misura diverse) per determinare l'area; confronto dei risultati (tabella finale riassuntiva).

Scopi: determinare l'area di un poligono, utilizzando un modello di riferimento (griglia); confronto e rapporto tra unità di misura diverse.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta e di esercitazione.

Questo quaderno Cabri può essere utilizzato come momento di scoperta o di approfondimento, rafforzamento e sviluppo dei principi matematici che permettono di eseguire il calcolo dell'area di un poligono.

Il quaderno Cabri pone i bambini di fronte al calcolo tramite misura diretta dell'area di poligoni, utilizzando unità di misura diverse. Gli allievi scoprono che la scelta dell'unità di misura può essere adattata o mantenuta a seconda delle proprie esigenze e necessità, al fine di determinare l'area di una figura.

Quaderno Cabri "Misurare superfici 2" (4.93, 4.94)

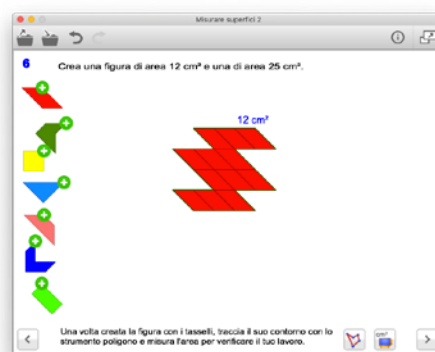
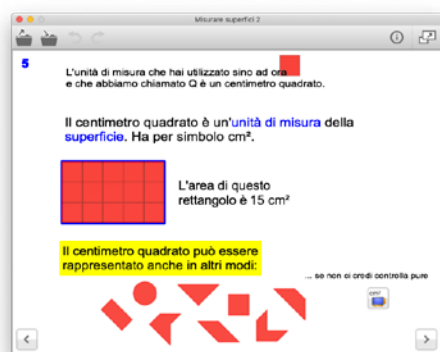
Contenuto: calcolare l'area di figure date mediante ricoprimento con un tassello quadrato di lato 1 cm e sue parti frazionarie.

Scopi: calcolare l'area per mezzo di ricoprimenti e tramite frazioni o numeri decimali; avviare all'idea di mm^2 , cm^2 e dm^2 .



4.94

Allieva che argomenta ai compagni la propria strategia risolutiva.



4.95

Pagina di spiegazione proposta nel quaderno Cabri "Misurare superfici 2".

4.96

Esempio di attività del quaderno "Misurare superfici 2".

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Questo quaderno Cabri propone delle attività che permettono di mettere in relazione l'operazione di tassellazione con le unità di misura. Gli allievi sono chiamati a calcolare aree di poligoni utilizzando dei tasselli con una misura ben definita e sono così accompagnati all'uso convenzionale del mm^2 , cm^2 e dm^2 .

Nelle pagine 5 e 6 di questo quaderno Cabri la riflessione si focalizza sull'unità di misura cm^2 , in particolare costruendo la relazione tra il cm^2 e il quadrato di lato 1 cm (4.95, 4.96).

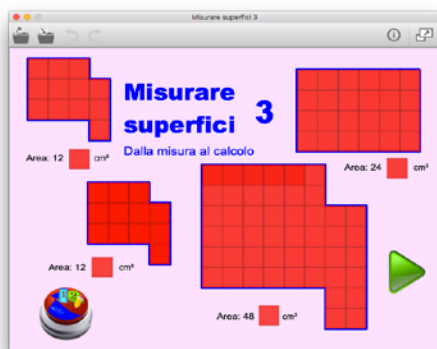
Quaderno Cabri "Misurare superfici 3" (4.97, 4.98)

Contenuto: calcolare aree di quadrilateri dinamici.

Scopi: calcolare aree con l'ausilio di griglie, misurare parti di figure con frazioni o numeri decimali e calcolare l'area del rettangolo (prodotto delle misure dei due lati consecutivi, includendo parti decimali).

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta.

Attraverso le attività proposte nelle diverse pagine di questo quaderno Cabri, i bambini mettono in relazione le lunghezze dei lati di un rettangolo per calcolare la sua area. I lati del rettangolo, sul quale gli allievi lavorano, possono essere modificati nella loro lunghezza, semplicemente muovendo dei cursori posti parallelamente ai lati. Ciò consente di diminuire e aumentare l'area del poligono sotto gli occhi dell'allievo, che risulta così stimolato a intuire la relazione tra la lunghezza dei lati e l'area della figura. Una tabella da completare raccoglie le lunghezze dei lati; in questo modo si mette in evidenza la strategia di calcolo applicata.



4.97

Prima pagina del quaderno Cabri "Misurare superfici 3".

4.98

Attività di scoperta proposta nel quaderno Cabri "Misurare superfici 3".

Quaderno Cabri "Figure isoperimetriche ed equiestese" (4.99, 4.100)

Contenuto: costruzione di figure equiestese o isoperimetriche a una figura data.

Scopo: riflettere su equiestensione e isoperimetria di figure non convenzionali, tenendo conto di cateti, ipotenuse e lati dei tasselli che le compongono.

Tipo di quaderno: quaderno di scoperta e riflessione.

Attraverso le proposte inserite in questo quaderno Cabri, i bambini riprendono e applicano le strategie per determinare perimetro e area di un poligono.

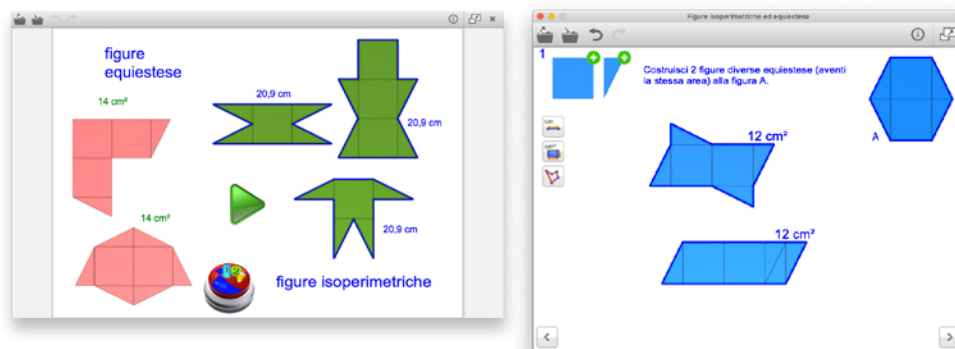
Il quaderno richiede di costruire diverse figure rispettando alcune volte l'equiestensione tra figure, altre l'isoperimetria e altre volte ancora entrambi i vincoli.

I poligoni messi a disposizione per la costruzione di quanto richiesto obbligano l'allievo a riflettere in termini matematici, mettendo in pratica quanto appreso in tutto il percorso descritto finora.

Costruiamo delle carte da gioco

La varietà di attività, caratterizzata dall'alternanza di lavori svolti in ambiente reale e virtuale, permette ora di affrontare la proposta conclusiva che consiste nella costruzione di un mazzo di carte, i cui semi tradizionali, fiori, picche, quadri e cuori, sono sostituiti da poligoni inventati dai bambini, dopo aver riflettuto sui concetti di equiestensione e isoperimetria.

Per iniziare si stabilisce che tutte le figure rappresentate sulle carte devono essere poligoni formati da 5 tetramini o pentamini, con un'area compresa tra 20 e 25 quadretti. Alcune carte conterranno figure equiestese e isoperimetriche, altre figure equiestese ma non isoperimetriche, altre ancora figure isoperimetriche ma non equiestese, e le ultime



4.99, 4.100

Esempi di attività del quaderno Cabri "Figure isoperimetriche ed equiestese".

figure con perimetro e area differenti.

La classe è divisa a gruppi di 3-4 allievi. A ciascun gruppo vengono distribuiti diversi tetramini e pentamini per poter costruire la poliforma da realizzare sulla carta da gioco, un foglio da disegno quadrettato e diverse carte da gioco vuote, ottenute per esempio da cartoncini colorati della dimensione desiderata. Con il materiale a disposizione, gli allievi iniziano l'attività. Terminato il lavoro, il maestro raggruppa le carte a formare un mazzo che potrà venir utilizzato dalla classe o dal docente per diverse attività o giochi, alcuni dei quali sono proposti nel paragrafo successivo (4.101, 4.102).

Conclusione: utilizziamo le carte da gioco

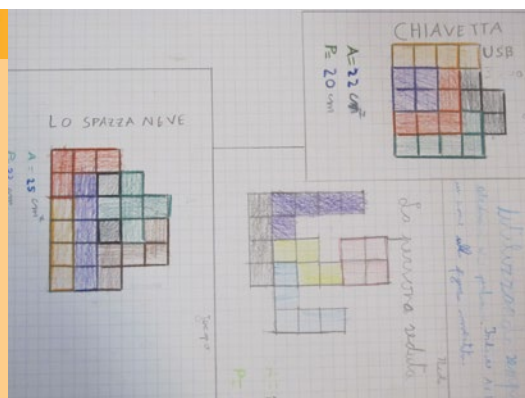
Le carte da gioco create dai bambini sono ora pronte per essere utilizzate. Oltre ai tradizionali giochi di carte, il materiale è interessante perché il docente può sfruttarlo per diverse attività: creare gruppi di lavoro (ad esempio, dopo aver distribuito le carte, i bambini devono cercare il compagno che possiede la carta con le stesse caratteristiche definite a priori, in modo tale da creare i gruppi), assegnare dei ruoli specifici all'interno di un gioco o di un'attività (ad esempio, dopo aver distribuito le carte, il bambino che riceve una determinata carta con caratteristiche definite in partenza, ha un ruolo specifico nel gioco proposto), giochi con vincoli geometrici specifici (ad esempio, il docente mostra una carta e gli allievi devono riprodurre una figura con le medesime caratteristiche, perimetro e/o area, ma di forma diversa) e giochi di movimento (ad esempio, dopo aver distribuito le carte, si dà un'istruzione che dovrà essere rispettata dai bambini che posseggono una determinata carta).

4.101

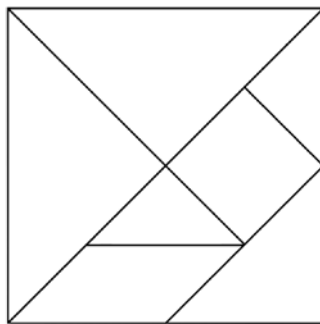
Soluzioni proposte dagli allievi.

4.102

Allieva che realizza le carte da gioco.



5.



ATTIVITÀ DI VALUTAZIONE CON IL TANGRAM

67

Arrivati alla conclusione del percorso, si decide di sfruttare il potenziale didattico del Tangram come materiale per verificare le competenze raggiunte dagli allievi.

• Sbaragli, 2001, pp. 41-42

• Pellegrino & Zuccheri, 2013

È tutto un tassello!

BOX 11

IL GIOCO DEL TANGRAM

“Il Tangram è considerato il più antico gioco meccanico, anche se non si hanno precisi riferimenti storici al riguardo. Noto in Cina con il nome di *ch'i ch'iao t'u* ossia *tavola della saggezza* o *tavola delle mutazioni*, è stato un popolare passatempo orientale per diverse migliaia di anni. Agli inizi del XIX secolo divenne una mania nei paesi occidentali e si dice che Napoleone in esilio passasse le sue ore con questo gioco. Il nome Tangram (sconosciuto in Cina) sembra essere stato coniato da un anonimo fabbricante di giocattoli americano o inglese verso la metà del XIX secolo. Tra i cultori di questo gioco troviamo personaggi famosi come Edgar Allan Poe e Lewis Carroll; quest'ultimo in una raccolta di diversi brani raffigura con il Tangram famosi personaggi di *Alice nel Paese delle Me-*

raviglie, tra i quali il Coniglio, la Lepre Marzolina e il Cappellaio Matto. Tra i cultori del Tangram troviamo anche i due grandi esperti di enigmistica e giochi dell'Ottocento: l'inglese Henry Ernest Dudney e l'americano Sam Loyd; proprio a quest'ultimo si deve un libretto ritenuto prezioso dai collezionisti del Tangram”.

Dal punto di vista didattico, il tangram è uno strumento molto interessante; il docente può utilizzarlo con i propri allievi per introdurre, approfondire o esercitare una notevole varietà di concetti matematici e non solo: giochi sul cambiamento dei punti di vista, attività sulla simmetria o sulla similitudine di figure, percorsi interdisciplinari di italiano e matematica, proposte di percorsi legati ai concetti di area e di perimetro (BOX 7, p. 42) e tante altre ancora.

Le attività a carattere ludico e creativo che questo materiale permette di proporre possono essere presentate agli allievi del secondo ciclo in modo sempre più approfondito, con l'invito a riflettere e ad analizzare le caratteristiche geometriche delle loro composizioni. Anche per questo tipo di attività il docente ha la possibilità di utilizzare una serie di proposte in ambiente virtuale con i quaderni "Tangram 1/2/3/4/5".

Questi quaderni propongono attività di ricoprimento di figure utilizzando i tasselli del tangram; se per i primi tre quaderni gli allievi hanno la possibilità di familiarizzare con la manipolazione dei "sette pezzi" e confrontarsi con esercizi di anticipazione spaziale, in quelli successivi l'allievo viene invitato a riflettere sul concetto di superficie e sui rapporti tra l'area della figura e quella dei singoli pezzi che la tassellano.

Analizzare le riflessioni dei bambini è una buona occasione per valutare la loro competenza a riconoscere le relazioni di isoperimetria ed equiestensione; tutte le figure realizzate con i sette pezzi del tangram sono equiestese, ma non necessariamente isoperimetriche (5.1, 5.2).

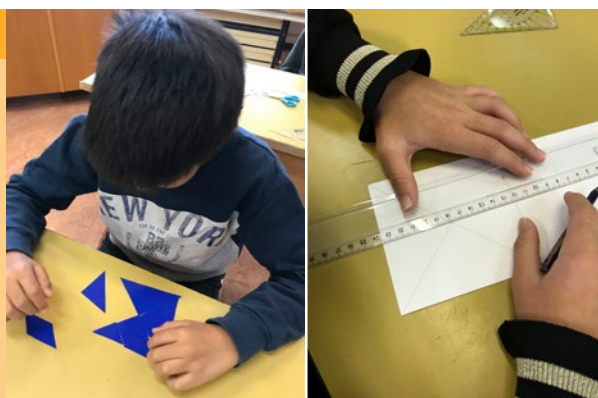
Dopo aver permesso ai bambini di conoscere le caratteristiche del gioco attraverso attività concrete di manipolazione o con l'uso dei quaderni Cabri sul tema del Tangram, si propone alla classe una verifica individuale, durante la quale agli allievi viene chiesto di adempiere alle seguenti richieste.

Usando almeno due pezzi del Tangram:

- costruire due figure isoperimetriche con almeno un pezzo diverso tra l'una e l'altra;
- costruire due figure equiestese con almeno un pezzo diverso tra l'una e l'altra;
- costruire tre figure equiestese e isoperimetriche con almeno un pezzo diverso tra l'una e l'altra.

5.1, 5.2

Allievi mentre svolgono attività legate al Tangram.



...in conclusione

Manipolare, Cabri, reale, tassellare, figure geometriche, area, contorno, superficie,... e tante altre ancora sono le parole che ci hanno accompagnato nella narrazione delle esperienze vissute con le nostre classi.

Affrontare la matematica con un approccio che si snoda tra il reale e il virtuale ci ha permesso di vedere i volti dei bambini illuminarsi di curiosità ed entusiasmo, motivando anche noi docenti a proseguire con questa metodologia. La ripresa a spirale dei diversi concetti dimostra quanto sia importante il lavoro svolto in un primo ciclo dove prevalgono sì le attività di manipolazione, ma è altrettanto possibile introdurre l'utilizzo di risorse virtuali a complemento e arricchimento del lavoro nel reale. Le competenze e i saperi acquisiti sono quindi i mattoncini che permettono di sviluppare i concetti nel secondo ciclo al fine di giungere progressivamente alla loro matematizzazione, lasciando ampio spazio alla creatività dei ragazzi.



BIBLIOGRAFIA

Libri

- Battaini, A., Campolucci, L., Gottardi, G., Sbaragli, S., & Vastarella, S. (2011). *Uso del PC, della LIM, delle TIC e del software didattico dinamico*. Progetto: Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere. Pitagora.
- Battaini, L., Battaini, A., Gottardi, G., & Sbaragli, S. (2013). Esperienze analoghe: reale e virtuale a confronto nella scuola dell'infanzia. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 36A(3), 207-236. [Pubblicato anche nel *Bollettino dei docenti di matematica*, 66, 53-70.]
- Crivelli, L., Henauer, V., & Martelli Pischedda, A. (2021). *In arte... Matematica!* Collana Praticamente. Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport e Dipartimento formazione e apprendimento. <https://scuolalab.ch/praticamente>
- D'Amore, B. (2015). *Arte e matematica. Metafore, analogie, rappresentazioni, identità tra due mondi possibili*. Dedalo.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2005). Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti. *La matematica e la sua didattica*, 2, 165-190.
- DECS (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. [https://www4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/SESCO/documenti/Piano di studio della scuola dell obbligo ticinese.pdf](https://www4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/SESCO/documenti/Piano_di_studio_della_scuola_dell_obbligo_ticinese.pdf)
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2017). Dalla parola al termine. Il cammino verso l'apprendimento del lessico specialistico della matematica nelle definizioni dei bambini. Atti del convegno Giscel, Milano, 22-24.09.2016. *La lingua di scolarizzazione nell'apprendimento delle discipline non linguistiche*, 79-101.
- Fandiño Pinilla, M. I., & D'Amore, B. (2019). *Le relazioni fra area e perimetro dei poligoni. Alcune riflessioni matematiche, storiche e didattiche*. Pitagora.
- Laborde, C. (2010). Uso della didattica per progettare attività informatiche e interattive di matematica nella scuola primaria: la collana 1-2-3 ... Cabri. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.). *Matematica ed esperienze didattiche* (pp. 29-35). Pitagora.
- Laborde, C., & Marcheteau, A. (2008). L'incontro tra reale e virtuale in Cabri Elem per attività matematiche nella scuola primaria. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.), *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del convegno "Incontri con la matematica n. 22". Pitagora.
- Lionni, L. (1975). *Pezzettino*. Babalibri.
- Pellegrino, C., & Zuccheri, L. (2013). *Tre in uno. Piccola enciclopedia della matematica "intrigante"*. Digital index.
- Sbaragli, S. (2001). Il tangram per i più piccoli. *La Vita Scolastica*. Laboratori nel fascicolo di Area matematica, 2, 41-44.
- Sbaragli, S. (2009). Matematica nell'alveare. *Scuola dell'infanzia*, 2, 19-21.

Sitografia

- Catalogo edizioni Babalibri. Leo, Lionni. Pezzettino. *Catalogo edizioni Babalibri* [online]. [Consultato il 9.05.2020]. Disponibile all'indirizzo: <http://www.babalibri.it/catalogo/libro/pezzettino>
- Cabrilog. *Cabrilog* [online]. [Consultato il 9.05.2020]. Disponibile all'indirizzo: <https://cabri.com/fr/>
- Catalogo edizioni Dedalo. D'Amore, Bruno. Arte e Matematica. *Catalogo edizioni Dedalo* [online]. [Consultato il 9.05.2020]. Disponibile all'indirizzo: <https://www.edizioni-dedalo.it/fuori-collana/arte-e-matematica.html>
- Progetto Cabri Ticino. *ScuolaLab* [online]. [Consultato il 9.05.2020]. Disponibile all'indirizzo: <https://scuolalab.edu.ti.ch/temieprogetti/cabriticino/Pagine/default.aspx>
- Tetris. *Wikipedia : enciclopedia libera* [online]. [Consultato il 9.05.2020]. Disponibile all'indirizzo: <https://it.wikipedia.org/wiki/Tetris>

