DIVERSI ALGORITMI DI CALCOLO

Ambiti disciplinari: Numeri e calcolo.

Conoscere e applicare algoritmi di calcolo per le quattro operazioni aritmetiche fondamentali. Saper individuare e spiegare il funzionamento di un algoritmo ricorrendo alle proprietà delle operazioni del nostro sistema numerico.

Conteggio in generale; sistema numerico decimale in generale; operazioni in generale.

Tra i traguardi di competenza che gli allievi devono raggiungere alla fine della quinta elementare, per quanto concerne l'ambito Numeri e calcolo, vi è la gestione e la padronanza del calcolo mentale e mentale-scritto: abilità utili nella vita quotidiana. In tale contesto ci si può interrogare sull'attuale utilità che gli allievi imparino gli algoritmi di calcolo scritto per svolgere le quattro operazioni aritmetiche fondamentali, piuttosto che allenare esclusivamente un sempre più utile calcolo mentale. Questa domanda trova risposta nel Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese: tale insegnamento può risultare significativo se assume una finalità concettuale, oltre che procedurale. Le proposte in tal senso non dovrebbero dunque ridursi all'apprendimento meccanico di procedure e tecniche esecutive, ma rappresentare un'ulteriore occasione per approfondire le proprietà delle operazioni nel nostro sistema numerico, sulle quali si basa il funzionamento di tali algoritmi. Questo approccio risulta ancora più efficace se si basano le proposte sul confronto di algoritmi diversi: quelli attualmente in uso nel nostro Paese, ma anche quelli antichi o appartenenti ad altre culture, cogliendo le proprietà ad essi soggiacenti. Proporre un ventaglio di algoritmi, e ragionare insieme sul loro funzionamento e la loro efficacia, dà agli allievi un'ulteriore conferma che in matematica non esiste un solo modo per affrontare un determinato compito e permette loro di scegliere quello che meglio si adatta alle proprie esigenze e al proprio stile, anche in funzione dei diversi calcoli proposti.

Le attività di questa pratica vertono sul dedurre il funzionamento di un algoritmo, esplorandone i passaggi e chiedendosi perché funzionano, per poi fornire alcune proposte di lavoro con gli allievi. In alcuni casi viene suggerito l'uso di materiale concreto per rappresentare i numeri, come bastoncini o cannucce, riprendendo la pratica didattica "Cifre e sistema posizionale" pensata per il primo ciclo.

Infine, si consiglia di far precedere sempre all'esecuzione dell'algoritmo scritto la stima computazionale, ossia abituare i bambini a chiedersi quale potrebbe essere l'ordine di grandezza del risultato del calcolo proposto. Questa stima iniziale darà loro un potente strumento di controllo sul risultato. Inoltre, li abituerà a non applicare in modo acritico un certo algoritmo, ma ad osservare dapprima i termini del calcolo ed eventualmente anche a trovare una strategia di calcolo mentale per non dover scegliere la via dell'algoritmo scritto, o usarla solo come verifica.

Attenzione: l'uso dei colori in questa pratica ha unicamente lo scopo di riferirsi agli elementi dell'algoritmo mentre lo si spiega. Si sconsiglia di assegnare dei colori fissi alle cifre a seconda del loro valore posizionale; questo, infatti, potrebbe inibire la possibilità e l'elasticità di considerare diverse scomposizioni del numero a seconda della strategia che si intende adottare nell'algoritmo; ad esempio, il numero 538 all'occorrenza potrebbe essere considerato come 5h + 3da + 8u, oppure equivalentemente come 53da + 8u, o ancora come 4h + 12da + 18u, a seconda di come si vuole operare su quel numero.

Addizione e sottrazione con le cannucce

Questa proposta parte da esempi che si possono realizzare fin dal primo ciclo lavorando con la rappresentazione dei numeri in unità e decine. Inoltre, viene ripreso l'uso delle cannucce (o materiali simili), presentato nella pratica didattica "Cifre e sistema posizionale" per il primo ciclo, per rappresentare i termini dell'addizione, o rispettivamente della sottrazione, con cannucce sciolte (per le unità), fascette di cannucce (per le decine), grandi fasci di decine (per le centinaia) ancor prima di operare su di essi e registrare su un foglio i passaggi dell'algoritmo di calcolo.

I bambini possono lavorare in coppia in modo da rappresentare un addendo ciascuno, oppure occuparsi l'uno del minuendo e l'altro del sottraendo. A ciascuna coppia vengono inoltre fornite tre scatole in cui verranno riposte rispettivamente le centinaia (h), le decine (da) e le unità (u); tali scatole rappresentano nel concreto le tre colonne dell'algoritmo.

Il docente propone delle addizioni, ad esempio 235 + 124, chiedendo agli allievi di eseguirle con le cannucce e utilizzando le scatole: gli allievi, quindi, rappresentano dapprima i due numeri con le cannucce e successivamente provano ad operare su di essi per ottenere la loro somma, scomposta all'interno delle scatole in centinaia, decine e unità.

In questa proposta si sfrutta il significato più intuitivo dell'addizione: il "mettere insieme". Infatti, le unità del primo addendo vengono *messe insieme* alle unità del secondo addendo nella scatola delle unità e lo stesso accade per le decine e per le centinaia. Così, al termine di questa fase, nella scatola delle centinaia si troveranno **3** grandi fasci (ciascuno composto da 10 fascetti da 10 cannucce l'uno), nella scatola delle decine ci saranno **5** fascetti da 10 e nella scatola delle unità ci saranno **9** cannucce sciolte; il tutto a rappresentare il numero **359**. Su una scheda viene chiesto ai bambini di registrare il procedimento:

METTO INSIEME	h	da	u
Primo addendo	2	3	5
Secondo addendo	1	2	4
Somma	3	5	9

Si riconosce nelle tre colonne la forma dell'algoritmo scritto:

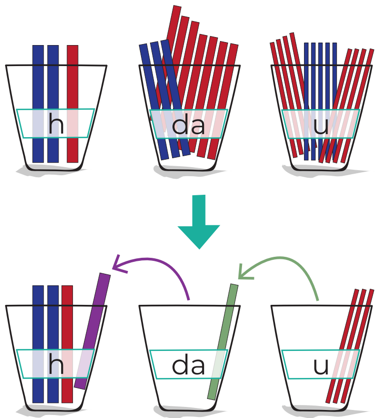
h	da	u	
2	3	5	+
1	2	4	=
3	5	9	

Può essere utile rappresentare i due addendi con due colori differenti (nell'esempio blu e rosso) per aiutare i bambini nell'identificare il legame tra l'esperienza concreta e la sua registrazione sul foglio.

Dopo aver svolto alcune addizioni il docente ne propone altre "con riporto" (anche senza forzare l'uso di questa terminologia con gli allievi), e lascia i bambini liberi di esplorare la situazione e proporre le proprie strategie. Si potrebbe iniziare con addizioni come 235 + 127, con riporto dalle unità alle decine; proporre in seguito calcoli del tipo 235 + 174, con riporto dalle decine alle centinaia; per arrivare infine a considerare casi quali per esempio 235 + 178, dove il riporto è sia sulle decine sia sulle centinaia.

Questi calcoli si svolgeranno in modo analogo a quello indicato nel primo esempio, ma ci si ritroverà, al termine, ad avere 10 o più elementi nella scatola delle unità e/o in quella delle decine. Per esempio, svolgendo 235 + 178 si avranno 3 fasci nella scatola delle centinaia, 10 fascetti da 10 nella scatola delle decine e 13 cannucce sciolte nella scatola delle unità. Si discuterà allora della possibilità di creare un ulteriore fascetto, legando 10 cannucce sciolte, e riporlo nella rispettiva scatola delle decine e, in modo del tutto analogo, di creare un ulteriore fascio composto da 10 fascetti, da spostare nella scatola delle centinaia; ecco gestiti i riporti in modo concreto. Si contano infine **4** fasci nella scatola delle centinaia, **1** fascetto da 10 nella scatola delle decine e **3** cannucce sciolte in quella delle unità; il tutto a rappresentare il numero **413**.

h da u
1 1
2 3 5 +
1 7 8 =
4 1 3



Sfruttando la stessa modalità di rappresentazione dei numeri, il docente può in seguito proporre delle sottrazioni come, per esempio, 235 - 104.

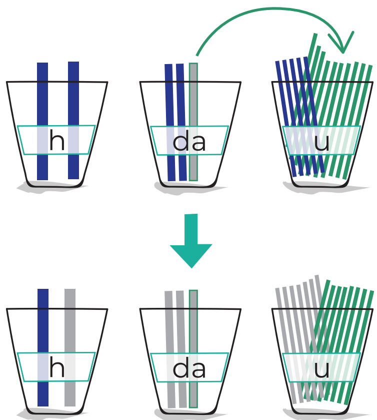
Sempre lavorando a coppie un bambino si occupa di rappresentare il minuendo mentre l'altro del sottraendo ma questa volta occorre attivare il significato intuitivo di sottrazione nel senso di “togliere”: dalle unità del minuendo vengono *tolte* le unità del sottraendo nella scatola delle unità e lo stesso accade per le decine (nel nostro specifico esempio, in questa scatola non si toglie nulla perché il sottraendo presenta uno zero come cifra delle decine), e infine per le centinaia. Così, al termine, nella scatola delle centinaia ci sarà **1** fascio da 10 fascetti, nella scatola delle decine si troveranno **3** fascetti da 10 e nella scatola delle unità **1** cannuccia sciolta; il tutto a rappresentare il numero **131**. Sulla scheda si può chiedere ai bambini di registrare il procedimento:

TOLGO	h	da	u
Minuendo	2	3	5
Sottraendo	1	0	4
Differenza	1	3	1

h da u
2 3 5 -
1 0 4 =
1 3 1

Dopo aver svolto alcune sottrazioni, il docente potrà proporne altre “con prestito” (di nuovo, senza insistere sulla denominazione); ad esempio si potrà iniziare considerando il calcolo 235 - 127. In casi come questo non si riescono a togliere le unità del sottraendo dalle unità del minuendo, perché queste ultime sono in numero inferiore. Si può lasciare che le coppie di allievi esplorino la situazione, mettendo poi in comune le strategie. Una dovrebbe emergere tra tutte, ossia sciogliere un fascetto da 10 cannucce e trasferirlo nella scatola delle unità (atto che consiste nel vedere il numero 235 non come 200 + 30 + 5 ma, equivalentemente, come 200 + 20 + 15), senza alterare la quantità di cannucce a disposizione. Ora sarà possibile, per il bambino che si occupa del sottraendo, togliere 7 cannucce dalle 15 presenti nella scatola delle unità. Operando in seguito con le decine rimanenti del minuendo, si ottiene la differenza: **1** fascio nella scatola delle centinaia, **0** fascetti nella scatola delle decine e **8** cannucce sciolte nella scatola delle unità; il tutto a rappresentare il numero **108**.

h da u
2 15
2 $\cancel{3}$ $\cancel{5}$ -
1 2 7 =
1 0 8



In modo analogo si imparano a gestire concretamente i prestiti dalla scatola delle centinaia, eseguendo calcoli come 235 - 142 oppure 235 - 147.

Una volta comprese le dinamiche dell'algoritmo, i bambini potranno gradualmente abbandonare l'uso del materiale (che resta a loro disposizione per effettuare delle verifiche o per gestire casi più complessi come le addizioni con riporto o le sottrazioni con prestito), fino a semplificare le colonne della tabella nelle classiche colonne dell'algoritmo scritto.

Sottrazione alla francese

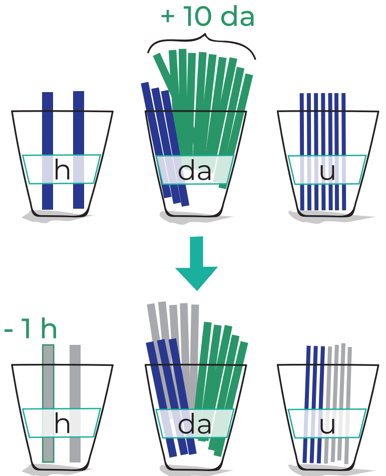
La sottrazione alla francese funziona in modo leggermente diverso dall'algoritmo in colonna che siamo abituati a utilizzare (vedi “Addizione e sottrazione con le cannucce”). Grazie a questo algoritmo, il docente potrebbe portare un esempio diverso di strategia di calcolo (se non è già emerso precedentemente dai bambini) e condurre un'interessante riflessione sulle proprietà delle operazioni.

La strategia “alla francese” infatti prevede di aggiungere, sciogliendolo, un fascio da 10 fascetti nella scatola delle decine o un fascetto da 10 cannucce nella scatola delle unità, se per procedere nel calcolo è necessario/a rispettivamente un centinaio o una decina, senza però prenderlo/a in prestito dall'altra scatola. Le domande stimolo potrebbero essere a questo punto: “*Può funzionare questa strategia? Come procedereste ora? Come potreste tenere traccia delle vostre azioni nell'algoritmo in colonna?*”.

Avendo aggiunto 100 (o 10) al minuendo, l'allievo che si occupa del sottraendo dovrebbe togliere un fascio (o un fascetto) in più rispetto al previsto: oltre al fascio (o ai fascetti) indicati dalle centinaia (o dalle decine) del sottraendo, infatti, dovrebbe togliere quello aggiunto dal suo compagno. Ecco che si applica in modo concreto e intuitivo la proprietà invariantiva della sottrazione.

Facciamo un esempio: 237 - 154. Vengono aggiunti 10 fascetti nella scatola delle decine, e quindi il minuendo aumenta di 10 decine, diventando 337. Successivamente, ci si occupa di togliere il quantitativo di cannucce indicato dal sottraendo: 1h, 5da, 4u. Infine si toglie un fascio in più dalla scatola delle centinaia poiché era stato aggiunto inizialmente; è come se il sottraendo fosse 254.

$$\begin{array}{cccc} h & da & u & \\ & 13 & & \\ 2 & \cancel{3} & 7 & - \\ \overset{2}{\cancel{1}} & 5 & 4 & = \\ \hline & 8 & 3 & \end{array}$$



Per la proprietà invariantiva della sottrazione infatti si ha che:

237 - 154 = (237 **+ 100**) - (154 **+ 100**) = 337 - 254.

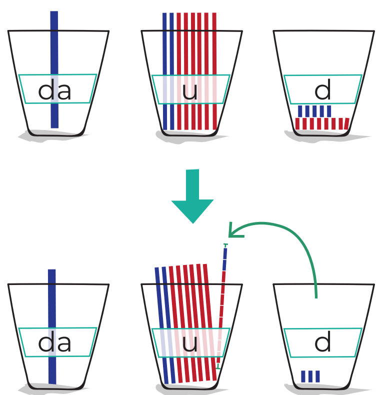
Cannucce e numeri decimali

Manipolazioni con oggetti concreti, analoghe a quelle delle attività “Addizione e sottrazione con le cannucce” e “Sottrazione alla francese”, possono essere riproposte con i numeri decimali, creando dapprima la scatola dei decimi e sfruttando il medesimo ragionamento. Per fare ciò, il docente guiderà una discussione preliminare con gli allievi, partendo dalla domanda: “*Come possiamo rappresentare i decimi con le cannucce?*”. Attraverso esempi di azioni svolte precedentemente in cui si operava legando o slegando un fascio o un fascetto, il docente porterà gradualmente i bambini a considerare la necessità di suddividere ulteriormente ogni cannuccia presente nella scatola delle unità in 10 parti tutte della stessa lunghezza. Il docente a questo punto può distribuire delle cannucce unità già preparate in precedenza con 9 tacche, tracciate tutte alla stessa distanza, ad indicare i dieci decimi di cui è composta ogni cannuccia unità. Alcune di esse serviranno per creare i decimi, quindi i bambini saranno invitati a tagliarle lungo le tacche; altre rimarranno intere e saranno usate all'occorrenza per operare nella scatola delle unità.

Se, per esempio, si vuole risolvere il calcolo 12,5 + 6,8 i bambini a coppie potranno procedere come al solito, rappresentando ciascuno un addendo e mettendoli poi insieme usando la scatola delle decine, la scatola delle unità e quella dei decimi (siglata con “d”).

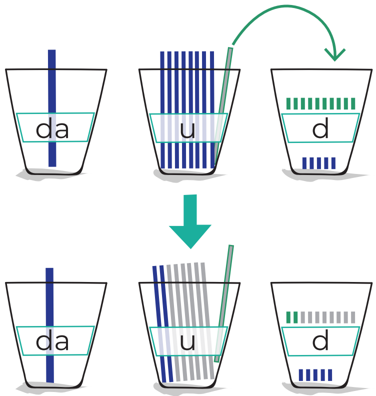
Ci si accorge così che nella scatola dei decimi ce ne sono 13 e che con 10 pezzetti si può formare una cannuccia unità: si può far passare un filo, o infilzare i 10 pezzetti con uno spiedino, e riporre la cannuccia così ricostruita nella scatola delle unità. A questo punto si conteranno gli elementi presenti in ciascuna scatola per ricavare la somma desiderata.

$$\begin{array}{cccc} da & u & d & \\ & 1 & & \\ 1 & 2, & 7 & + \\ & 6, & 8 & = \\ \hline 1 & 9, & 3 & \end{array}$$



Al contrario, quando occorrerà prendere in prestito una cannuccia unità per ricavare 10 decimi, come ad esempio per svolgere la sottrazione 19,5 - 6,8, basterà tagliare una cannuccia unità ricavando i 10 decimi necessari per poter operare nella scatola dei decimi. Con questa operazione, il numero decimale 19,5 viene scomposto in 18 unità e 15 decimi. Si potrà quindi procedere a togliere le unità e i decimi indicati dal sottraendo e infine a contare tutti gli elementi rimasti nelle rispettive scatole.

da u d
8 15
1 ~~9~~, ~~5~~ -
6, 8 =
1 2, 7



Calcolo umano

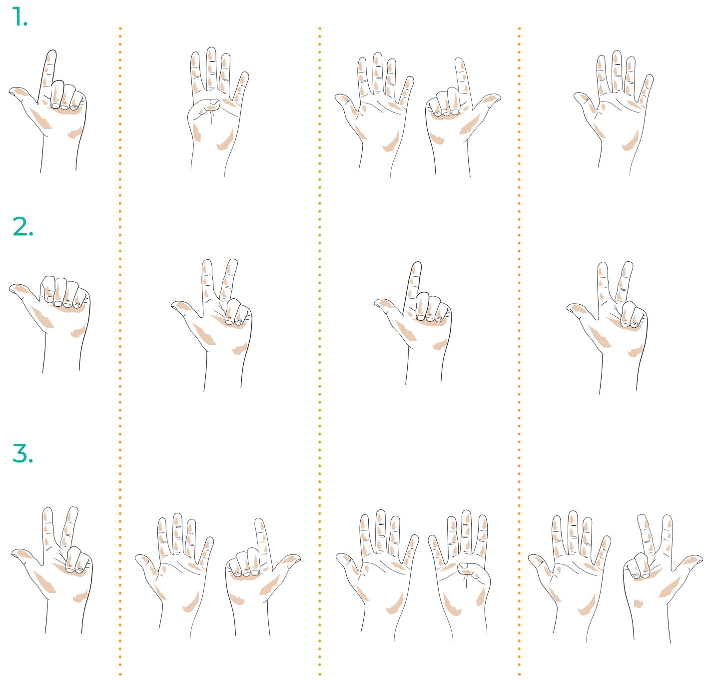
Quanto proposto con l'uso di materiali concreti, che possono essere raccolti a gruppi di dieci facilmente, può essere proposto anche con il corpo sfruttando le nostre dieci dita. I bambini vengono coinvolti in prima persona nel calcolo in colonna impersonando le cifre dei termini dell'addizione o della sottrazione che devono eseguire.

Supponiamo di dover svolgere in colonna il calcolo 2'475 + 1'323.

k h da u
2 4 7 5 +
1 3 2 3 =

1. Il docente chiede a quattro bambini di mettersi in piedi uno accanto all'altro. Ciascuno di loro deve mostrare con le dita una delle quattro cifre del primo addendo.

2. In seguito, altri quattro bambini vengono chiamati a mettersi seduti su quattro sedie, disposte in corrispondenza dei loro compagni in piedi, rappresentando con le dita le cifre del secondo addendo.



3. Gli allievi rimasti vengono invitati ad osservare attentamente la situazione dall'esterno e poi altri quattro vengono chiamati a rappresentare le cifre della somma, sedendosi a terra in corrispondenza dei loro compagni già schierati, rispettando il valore posizionale delle cifre. L'allievo in piedi e quello seduto sulla sedia (che rappresentano i due addendi), per ogni colonna, "metteranno insieme" le loro dita a formare il risultato, che verrà verificato dal bambino corrispondente seduto a terra, il quale lo mostrerà con le dita.

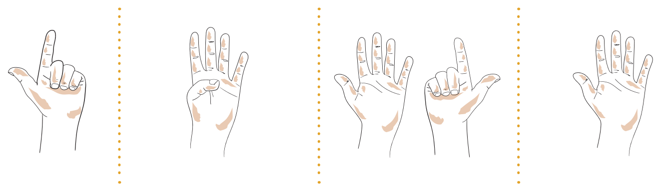
Leggendo l'ultima riga si trova la somma cercata: 3'798.

Mantenendo gli stessi numeri, ma dovendo eseguire la sottrazione 2'475 - 1'323, la disposizione delle prime due file di bambini è la medesima. In seguito, gli allievi seduti a terra, che rappresentano la differenza dei due numeri, dovrebbero, in ogni colonna, togliere dal numero di dita del compagno in piedi quello delle dita del compagno seduto sulla sedia.

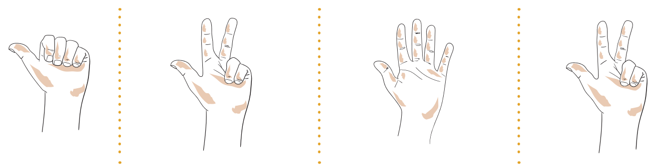
Il "calcolo umano" si rivela particolarmente efficace nel caso di addizioni con riporto o sottrazioni con prestito. Può infatti succedere che, durante la procedura, un bambino debba chiedere un prestito al compagno alla sua destra (rispettivamente, sinistra per chi osserva) o ricevere un riporto dal compagno alla sua sinistra (rispettivamente, destra per chi osserva).
In caso debba temporaneamente rappresenta-

re un numero maggiore o uguale a 10, il bambino in questione potrà chiamare in aiuto un compagno che gli presterà temporaneamente le sue dita. Se per esempio si deve eseguire in colonna l'addizione 2'475 + 1'353, i bambini si disporranno nel seguente modo:

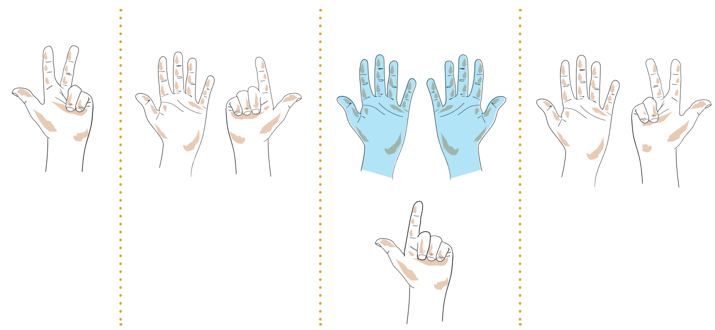
- Fila di bambini in piedi



- Fila di bambini seduti sulla sedia

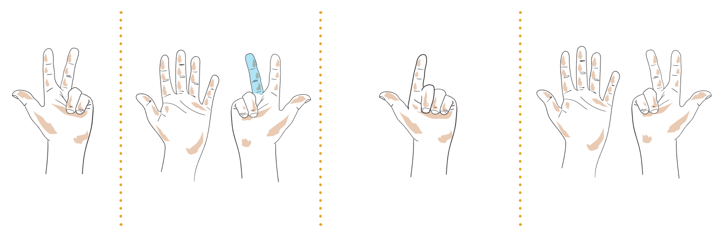


- Fila di bambini seduti per terra



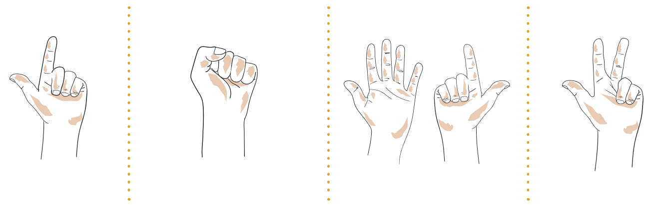
Nella colonna delle decine, se ne ottengono **12**: c'è bisogno di un allievo che venga in aiuto temporaneamente per mostrare tutte le dita. A questo punto, l'allievo seduto a terra ne mostra **2** e regala al compagno delle centinaia **una decina di decine** che per lui diventa un dito alzato in più. Il risultato dunque è il seguente:

- Fila di bambini seduti per terra

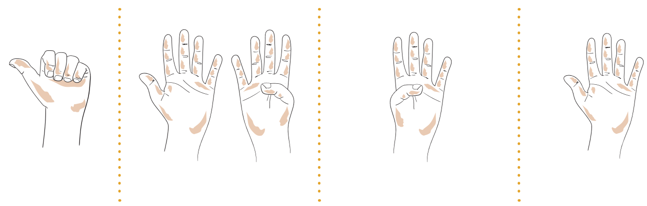


In caso di prestito nella sottrazione in colonna, la strategia del calcolo umano si rivela altrettanto efficace soprattutto per gestire casi delicati in cui il minuendo presenta una o più cifre nulle. Ad esempio, se si deve svolgere la sottrazione 2'073 - 1'945, i bambini possono iniziare sempre allo stesso modo, disponendosi così:

- Fila di bambini in piedi



- Fila di bambini seduti sulla sedia



Ora gli allievi vengono invitati ad osservare attentamente la situazione.

- Iniziando dalla colonna delle unità, il bambino in piedi non ha un numero di dita alzate sufficiente per poter togliere le 5 dita che chiede il corrispondente bambino seduto sulla sedia, quindi chiederà **un prestito al compagno delle decine** sulla sua stessa fila. Quest'ultimo abbasserà un suo dito, che vale **1 decina**, e la offrirà al compagno delle unità che si ritrova momentaneamente con **10 dita in più**, ossia 13 in tutto (il prestito di 10 dita può essere eventualmente rappresentato da un nuovo allievo, esterno alla situazione). Ora sì che è possibile togliere le 5 dita richieste; un nuovo allievo viene chiamato a sedersi a terra, in corrispondenza dei bambini unità, a mostrare le 8 dita alzate come cifra delle unità del risultato.
- Passando alla colonna delle decine, il bambino in piedi è rimasto con 6 dita alzate, da cui se ne possono togliere 4; un nuovo allievo si va a sedere a terra e mostra le 2 dita alzate che rappresentano la cifra delle decine del risultato.
- Passando poi alla colonna delle centinaia, il bambino in piedi non ha dita alzate, quin-

di per poter operare togliendone 9, come richiesto dal corrispondente bambino seduto sulla sedia, avrà bisogno di chiedere **un prestito al compagno delle migliaia** accanto a lui. Quest'ultimo abbasserà una delle sue dita alzate (che vale 1 migliaio) e la cederà al suo compagno delle centinaia che si ritrova così temporaneamente con **10 centinaia in più**. Ora sì che è possibile toglierne 9; un nuovo allievo si siede a terra mostrando 1 dito alzato che rappresenta la cifra delle centinaia del risultato.

- Infine, si considera la colonna delle migliaia in cui il bambino in piedi è rimasto con un solo dito alzato, dopo aver effettuato il prestito, che viene tolto per richiesta del bambino seduto, e dunque non ci saranno cifre a indicare le migliaia nel risultato.

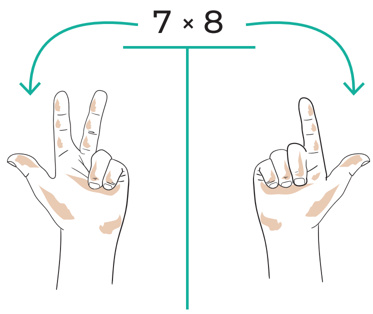
Al termine di questo algoritmo, si può leggere il risultato nell'ultima fila a terra: 128.

Per riportare quanto fatto con il corpo in forma di algoritmo scritto sul quaderno, un passaggio intermedio può essere quello di dare a ciascun bambino un cartello con la cifra che sta rappresentando con le mani. Anche in caso di riporti o prestiti, si può ripercorrere con i cartelli delle cifre quanto fatto con le dita. Si potrà così accompagnare il passaggio dallo svolgimento del calcolo con il corpo al suo svolgimento in colonna sul foglio. Durante il calcolo con il corpo e/o con i cartelli delle cifre, il docente o un allievo possono essere incaricati di registrare alla lavagna le azioni compiute sui termini dell'addizione o della sottrazione. In alternativa, il docente può scattare delle foto, durante il processo, che possono tornare utili in seguito per ripercorrere quanto svolto e per formalizzare con i bambini tali azioni nell'algoritmo in colonna sul quaderno.

Dita moltiplicative

Attraverso questa proposta è possibile eseguire moltiplicazioni di diverse difficoltà con l'utilizzo delle mani. Come prerequisito è importante che gli allievi abbiamo memorizzato la tavola pitagorica. I bambini possono svolgere l'attività individualmente o a coppie (collaborando per ottenere il risultato dell'operazione). Per esempio, per moltiplicare rapidamente due numeri naturali compresi tra 5 e 10, basta eseguire il seguente procedimento. Consideriamo come esempio la moltiplicazione 7 × 8. Si piegano su una mano tante dita quante sono le unità supplementari di 7 rispetto a 5, mantenendo le altre tese: 7 - 5 = 2 dita di una mano.

Si piegano sull'altra mano tante dita quante sono le unità supplementari di 8 rispetto a 5, mantenendo tese le dita restanti: 8 - 5 = 3 dita dell'altra mano.



Occorre ora addizionare tra loro il prodotto del numero totale delle dita piegate per 10 e il prodotto del numero di dita tese su una mano per il numero di dita tese sull'altra mano. In questo caso, 5 × 10 + 2 × 3 = 56.

È possibile far svolgere con le dita anche delle moltiplicazioni di due numeri naturali compresi tra 10 e 15, come ad esempio 13 × 11. Si piegano su una mano tante dita quante sono le unità supplementari di 13 rispetto a 10, 13 - 10 = 3 dita di una mano, mantenendo le altre tese. Si piegano sull'altra mano tante dita quante sono le unità supplementari di 11 rispetto a 10, 11 - 10 = 1 dito dell'altra mano, mantenendo tese le dita restanti. A questo punto si ottiene il risultato del prodotto cercato moltiplicando prima per 10 il numero totale delle dita piegate sulle mani, poi aggiungendo a questo risultato parziale il prodotto delle dita piegate delle due mani 3 × 1 = 3 e infine sommando tale risultato parziale a 10 × 10 ottenendo in definitiva:

13 × 11 = (3 + 1) × 10 + 3 × 1 + 10 × 10 = 40 + 3 + 100 = 143.

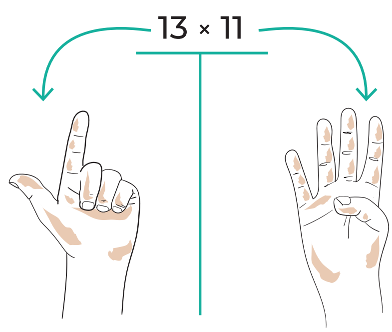


Tabella della moltiplicazione

Una strategia efficace per imparare a svolgere la moltiplicazione in colonna è quella di scomporre i fattori in unità, decine, centinaia ecc., e poi organizzare i prodotti parziali in una tabella, dando una struttura a ciò che si farebbe con il calcolo a mente. I prerequisiti sono le conoscenze e le abilità relative al sistema numerico decimale posizionale, all'addizione, alle tabelline entro il 10 e alle moltiplicazioni per potenze di 10.

Si può iniziare da casi semplici in cui il prodotto non compare nelle tabelline apprese a memoria, ma occorre ricavarlo sfruttando le proprietà della moltiplicazione.

Ad esempio, 25 × 7 è un prodotto della tabellina del 7 che però non è solitamente tra quelli appresi a memoria. Può essere ricavato a mente sfruttando la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione:

$$25 \times 7 = (20 + 5) \times 7 = 20 \times 7 + 5 \times 7 = 140 + 35 = 175.$$

Il docente propone di organizzare questo calcolo usando una tabella: i due fattori vengono scritti all'interno delle caselle della prima riga e della prima colonna, scomposti in unità, decine ecc.; si eseguono i prodotti parziali all'incrocio di righe e colonne; infine, si addizionano tali prodotti parziali.

×	20	5	
7	140	35	**175**

Una tabella analoga può essere usata per gestire calcoli più complessi in cui è necessario sfruttare doppiamente la proprietà distributiva, come per esempio 324 × 13.

Esprimendo il calcolo in riga potremmo procedere così:

$$\begin{gathered} 324 \times 13 = (300 + 20 + 4) \times (10 + 3) = \\ = 300 \times 10 + 300 \times 3 + 20 \times 10 + 20 \times 3 + 4 \times 10 + 4 \times 3 = \\ = 3'000 + 900 + 200 + 60 + 40 + 12 = 4'212 \end{gathered}$$

Usando la tabella, si scompongono i due fattori in unità, decine e centinaia, occupando rispettivamente la prima riga e la prima colonna; si svolgono i prodotti agli incroci di ogni riga con ogni colonna; infine, si sommano i prodotti parziali ottenuti per righe o per colonne.

×	300	20	4	
10	3'000	200	40	3'240
3	900	60	12	972
	3'900	260	52	**4'212**

Dopo alcuni esempi con tabelle a doppia entrata di questo tipo, potrà essere eventualmente mostrato l'algoritmo in colonna (prima in forma estesa, poi eventualmente anche in forma compatta; si vedano rispettivamente l'algoritmo 1 e gli algoritmi 2 e 3 proposti qui di seguito) che, riprendendo la tabella, introduce l'incolonnamento delle cifre dei fattori e dei prodotti parziali rispettando il loro valore posizionale. È importante osservare con gli allievi che i prodotti parziali si possono ritrovare all'interno degli algoritmi in colonna, come mostrato qui usando gli stessi colori.

1)

	k	h	da	u	
		3	2	4	×
			1	3	=
3 × 4 →			1	2	+
3 × 20 →			6	0	+
3 × 300 →		9	0	0	+
10 × 4 →			4	0	+
10 × 20 →		2	0	0	+
10 × 300 →	3	0	0	0	+
	4	**2**	**1**	**2**	

2)

	k	h	da	u	
		3	2	4	×
			1	3	=
3 × 4 + 3 × 20 + 3 × 300 →		9	7	2	+
10 × 4 + 10 × 20 + 10 × 300 →	3	2	4	0	=
	4	**2**	**1**	**2**	

3)

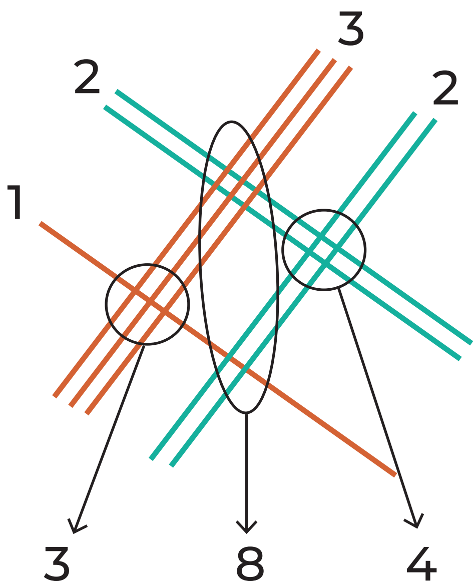
	k	h	da	u	
			1	3	×
		3	2	4	=
4 × 3 + 4 × 10 →			5	2	+
20 × 3 + 20 × 10 →		2	6	0	+
300 × 3 + 300 × 10 →	3	9	0	0	=
	4	**2**	**1**	**2**	

In un primo tempo, è utile che gli allievi esplicitino, se non per iscritto almeno oralmente, i passaggi, ossia i vari prodotti scritti a lato. In questo modo non perdono il senso di ciò che stanno facendo; ad esempio, sono consapevoli del fatto che quando manipolano la cifra 1 del fattore 13, si tratta in realtà di 1 decina, ossia di 10 unità.

Moltiplicazione cinese (metodo dei bastoncini)

Oltre al "nostro" algoritmo della moltiplicazione in colonna, per riprendere e rafforzare alcuni aspetti concettuali ad esso soggiacenti, se ne potrebbero proporre altri, che potrebbero risultare anche più graditi e intuitivi per gli allievi. Per esempio, l'algoritmo della moltiplicazione cinese con i bastoncini si basa anch'esso sulla scomposizione di un numero in unità, decine, centina ecc. e si presta per essere rappresentato con materiale concreto. Si potrebbe proporre un esempio agli allievi, chiedendo di analizzarlo per capire come funziona, per poi spiegare ai compagni il procedimento.

Nell'immagine seguente, si propone la moltiplicazione 12 × 32 eseguita con il metodo dei bastoncini:



Per aiutare gli allievi nell'interpretazione del procedimento su cui si basa questo algoritmo, si possono eventualmente usare colori diversi per rappresentare i bastoncini delle decine e delle unità dei fattori. Dopo un primo momento di analisi di questo algoritmo ed eventualmente della sua riproduzione con i bastoncini concreti, è possibile fare una messa in comune in cui viene spiegato agli altri ciò che si è intuito. Tale discussione dovrebbe rafforzare il carattere posizionale del nostro sistema di numerazione. Il fattore 12 viene rappresentato con 1 bastoncino per le decine e 2 bastoncini per le unità; incrociando i bastoncini, il fattore 32 viene rappresentato usando 3 bastoncini per le decine e 2 bastoncini per le unità. Leggendo il prodotto da destra verso sinistra:

- La cifra delle unità (4u) è il numero che si ottiene contando gli incroci tra le unità del primo fattore e le unità del secondo fattore (2u × 2u);
- La cifra delle decine (8da) è il numero che si ottiene incrociando le unità del primo fattore e le decine del secondo fattore (2u × 3da) più le decine del primo fattore e le unità del secondo fattore (1da × 2u);
- La cifra delle centinaia (3h) è il numero di incroci tra le decine del primo fattore e le decine del secondo fattore (1da × 3da).

In pratica, è come se avessimo svolto il prodotto in riga:

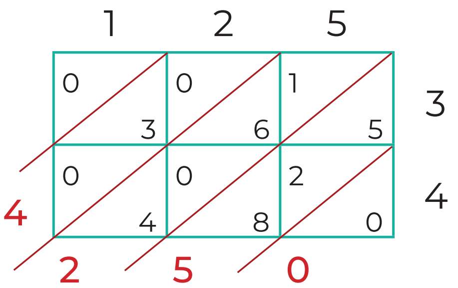
$$12 \times 32 = 10 \times 30 + (2 \times 30 + 10 \times 2) + 2 \times 2 =$$
$$= 300 + 80 + 4 = 384.$$

L'algoritmo dei bastoncini cinesi è applicabile anche con fattori a più di 2 cifre, seguendo un ragionamento analogo anche per le centinaia, le migliaia ecc.; tuttavia, al crescere dell'ordine di grandezza dei fattori diventa maggiore anche la complessità dell'algoritmo che prevedrà molti incroci da tenere in considerazione.

Moltiplicazione araba (metodo a gelosia o a graticola)

La moltiplicazione araba è un altro algoritmo che si può proporre agli allievi chiedendo loro di interpretarlo e confrontarlo con il "nostro" algoritmo convenzionale, per consolidare i passaggi e i fondamenti di quest'ultimo. Questo algoritmo risulta particolarmente semplice e intuitivo, per questo molti allievi potranno scegliere di adottarlo.

Ad esempio, per la moltiplicazione 125 × 34, che gli allievi possono già saper calcolare con altri metodi (vedi "Tabella della moltiplicazione"), si mostra o si consegna agli allievi la seguente griglia, detta “graticola”, e si chiede loro di capire com’è stata completata.



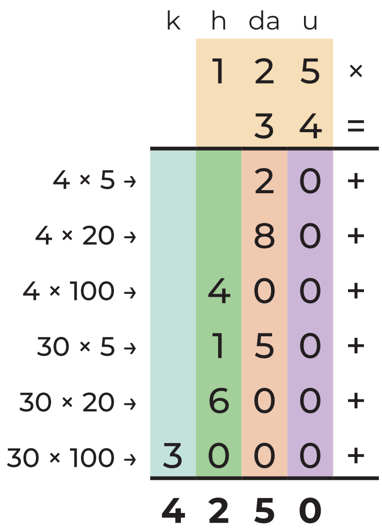
Gli allievi noteranno che nella prima riga e nell’ultima colonna sono stati scritti i fattori della moltiplicazione che si intende calcolare, e all’incrocio di ogni riga con ogni colonna sono stati calcolati i prodotti parziali. In ogni casellina quadrata, è tracciata la diagonale che la suddivide a metà: nella metà superiore sono riportate le decine del prodotto parziale, e nella metà inferiore sono riportate le unità.

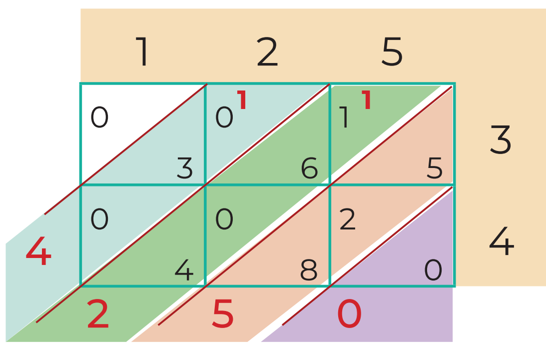
Potrebbe essere meno immediato comprendere come si ricava 4'250 che è proprio il risultato della moltiplicazione. Il fatto che le cifre componenti il risultato siano scritte all’interno di fasce diagonali individuate prolungando le diagonali delle singole celle non è casuale. Per capire meglio, si potrebbe confrontare l’algoritmo a graticola con l’algoritmo convenzionale, mettendo in evidenza le analogie e le differenze.

Attraverso l’uso dei colori si potrebbero mettere in evidenza le analogie tra i due metodi: le colonne dell’algoritmo convenzionale corrispondono alle diagonali dell’algoritmo a graticola.

- Nella diagonale più a destra, così come nella colonna più a destra (fascia viola), troviamo le unità del risultato, date dalle unità del prodotto parziale tra unità del primo fattore e unità del secondo fattore.
- Procedendo verso sinistra, nella seconda diagonale, così come nella seconda colonna (fascia rossa), troviamo le decine del risultato, date da tutti i prodotti parziali che sono dell’ordine delle decine (30 × 5, 4 × 20, più le decine del prodotto 4 × 5).
- E così via, individuando le cifre che nel risultato corrispondono a centinaia (fascia verde) e a migliaia (fascia azzurra).

Come per altri algoritmi, i bambini potranno essere lasciati liberi di scegliere quello più congeniale al proprio stile e alle proprie preferenze. Potrebbero infatti preferire un sistema a graticola rispetto all’algoritmo in colonna. Questo perché la moltiplicazione a graticola consente di non tener conto dei riporti, se non eventualmente alla fine – perché essi si ritrovano automaticamente nella fascia diagonale corrispondente al loro corretto ordine di grandezza – e di non dimenticare nessun prodotto parziale, perché occorre completare tutta la graticola.





Moltiplicazione e divisione egizia (metodo dei raddoppi)

Un algoritmo che non sfrutta la base 10 ma la base 2 è il cosiddetto “metodo dei raddoppi”, con il quale gli egizi svolgevano le moltiplicazioni e le divisioni. Il docente potrebbe guidare l’esplorazione di questo metodo passo a passo, introducendo ad esempio il personaggio di un piccolo egizio che spiega ai bambini come si svolge una moltiplicazione, ad esempio 17 × 12.

Si traccia uno schema a due colonne. Nella prima riga: nella colonna di destra, si scrive uno dei due fattori; nella colonna di sinistra, si scrive 1.	1 ⋮ 17
In ogni riga successiva, si raddoppia il numero trovato nella riga precedente; fino a quando, nella colonna di sinistra, i numeri rimarranno minori dell’altro fattore (12 in questo esempio). Con gli allievi si può notare che nella colonna di destra si ritrovano i prodotti di 17 per il numero corrispondente nella colonna di sinistra (17 × 1, 17 × 2, 17 × 4, 17 × 8).	1 ⋮ 17 2 ⋮ 34 4 ⋮ 68 8 ⋮ 136
Si evidenziano i numeri della prima colonna la cui somma equivale all’altro fattore (nel nostro caso, 12 = 4 + 8), e si selezionano le righe corrispondenti.	1 ⋮ 17 2 ⋮ 34 **4** ⋮ **68** **8** ⋮ **136**
Si addizionano, infine, i numeri delle righe selezionate nella colonna di destra, trovando il risultato della moltiplicazione.	**68 + 136 = 204**

Il docente guida gli allievi ad osservare che, per trovare il prodotto, sono stati addizionati 17 × 4 e 17 × 8, aprendo una discussione sul perché questo metodo funzioni. In modo intuitivo, potrà emergere la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all’addizione. Si ha infatti che:

$$17 \times 12 = 17 \times (4 + 8) = 17 \times 4 + 17 \times 8.$$

Se si è già introdotta in classe la divisione come operazione inversa della moltiplicazione, lo stesso algoritmo potrebbe essere rivisitato anche per la divisione. Per prima cosa si può provare a ripercorrere i passaggi nel caso in cui dovessimo svolgere la divisione 204 : 17. I primi passaggi sono gli stessi del caso della moltiplicazione, fino ad ottenere la tabella:

1	17
2	34
4	68
8	136

A questo punto, si vanno a selezionare nella colonna di destra, facendo un po’ di tentativi, i termini che, sommati, danno il dividendo (o che lo approssimano per difetto, nel caso di divisioni con resto): 68 e 136 nell’esempio. Infine, dalla somma dei corrispondenti elementi nella prima colonna, si ottiene il quoziente, che nel nostro esempio è dato proprio da 4 + 8 = 12.

Stima e divisione “alla canadese"

Quando svolgiamo una divisione a mente, intuitivamente proviamo ad avvicinarci il più possibile al dividendo con un multiplo del divisore. Un algoritmo scritto per eseguire la divisione, che sfrutta strategie di calcolo mentale intuitive e rafforza le abilità di stima degli allievi, consiste nello “svuotamento” progressivo del dividendo attraverso stime successive. Il docente potrebbe impostare il lavoro iniziando da divisioni che gli allievi riescono a gestire mentalmente, e che mantengono lo stesso divisore; ad esempio 35 : 7, 63 : 7, 84 : 7, 98 : 7. In queste ultime due divisioni, i dividendi sono multipli di 7 ma non rientrano nella tabellina del 7 solitamente nota fino a 7 × 10. In questo caso, gli allievi possono provare a ricavare mentalmente il quoziente “avvicinandosi” al dividendo con un multiplo noto di 7, per poi colmare la differenza sommando un altro multiplo di 7, ed infine contare quante volte il divisore è stato considerato per ottenere il dividendo. Per 98, per esempio, i bambini potrebbero ragionare nel seguente modo: “Inizio con 7 × 11 che fa 77; per arrivare a 98 mi manca 21 che è proprio 7 × 3; allora il 7 sta 11 volte, più altre 3, nel 98, cioè in tutto 14 volte”.

Sulla scia di ragionamenti di questo tipo, che sfruttano sempre la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all’addizione, il docente propone divisioni via via più difficili e, passo a passo, guida gli allievi a “svuotare” progressivamente il dividendo mettendo insieme le loro stime. Per esempio, per svolgere 5'761 : 7 si potrebbe procedere come segue.

5'761	7	Si fa una prima stima: il 7 è contenuto almeno 600 volte nel dividendo.
- 4'200	7 × **600** = 4'200	
1'561		Resta una differenza di 1'561 da colmare: il 7 vi è contenuto almeno altre 200 volte.
- 1'400	7 × **200** = 1'400	
161		Resta una differenza di 161: il 7 ci sta almeno 10 volte.
- 70	7 × **10** = 70	
91		Resta una differenza di 91: il 7 ci sta almeno 10 volte.
- 70	7 × **10** = 70	
21		Resta una differenza di 21, che fa parte della tabellina del 7.
- 21	7 × **3** = 21	
0	**823**	A questo punto si sommano tutte le stime fatte, trovando così quante volte il 7 è contenuto nel 5'761 ossia il quoziente della divisione data. L’eventuale resto corrisponde all’eventuale differenza, inferiore al divisore, ancora da colmare.

Questo algoritmo è noto come “algoritmo di divisione alla canadese” e può essere insegnato come formalizzazione delle strategie intuitive, senza troppe forzature. In seguito, a discrezione del docente, si può eventualmente proporre l’algoritmo di divisione “a danda” come contrazione del metodo di divisione alla canadese (vedi prossimo paragrafo).

Divisione “a danda lunga"

Questo algoritmo può essere appreso come contrazione del metodo alla canadese, ma risulta più ermetico rispetto a quest’ultimo, e può esistere il rischio che gli allievi si concentrino sul meccanismo senza capirne il senso. Per questo è importante, se si propone tale algoritmo, che tutti i passaggi siano spiegati in modo trasparente e significativo, per esempio mettendolo a confronto con quanto fatto nel metodo alla canadese. Non si procederà più spontaneamente per stime successive, ma ci si chiederà quante volte il divisore è contenuto in una precisa porzione di dividendo fino a “svuotarlo” (eventualmente ottenendo un resto). Per esemplificare l’algoritmo, riprendiamo la stessa divisione risolta precedentemente con il metodo alla canadese.

	k	h	da	u	
	5	7	6	1	7
-	5	6			823
		1	6		
-		1	4		
			2	1	
-			2	1	
				0	

Si considerano le 5 migliaia del dividendo: il 7 non vi è contenuto un numero intero di volte; allora si considerano le 57 centinaia: il 7 vi è contenuto **8 centinaia di volte**.

Dalle 57 centinaia iniziali, si sottraggono le 56 centinaia (prodotto di 7 × 8h), e resta 1 centinaio, equivalente a 10 decine, a cui aggiungiamo le 6 decine del dividendo ancora da considerare: in tutto abbiamo 16 decine, e il 7 vi è contenuto **2 decine di volte**.

Dalle 16 decine, si sottraggono le 14 decine (prodotto di 7 × 2da), e restano 2 decine, equivalenti a 20 unità, a cui aggiungiamo l’unità del dividendo ancora da considerare: in tutto abbiamo 21 unità, e il 7 vi è contenuto esattamente **3 volte**.

Nel caso in cui il divisore abbia due o più cifre, per semplificare l’algoritmo si consiglia di proporre, prima di iniziare a svolgere il calcolo, una riflessione sul divisore: se per esempio il divisore fosse 24, una buona strategia potrebbe essere quella di vedere il 24 come 6 × 4, e impostare due divisioni successive, la prima per 6 e la seconda per 4 (o viceversa). In questo modo, si avrebbero due divisioni a danda lunga successive ma ognuna di esse sarebbe più semplice da svolgere; inoltre, potrebbe accadere che, spezzando così il calcolo, ci si accorga che una delle divisioni si può svolgere mentalmente con qualche altra strategia e ne resti solo una da risolvere impostando l'algoritmo a danda lunga.

Algoritmi con i numeri decimali

Nelle proposte precedenti si sono mostrati esempi di applicazione degli algoritmi con numeri naturali. Con le dovute accortezze, gli algoritmi sono applicabili anche con i numeri decimali.

Si potrebbero lasciare gli allievi liberi di esplorare l'uso degli algoritmi con i numeri decimali, per poi condividerne il funzionamento e discutere di eventuali difficoltà nell'applicazione. Con l'addizione e con la sottrazione, eventualmente aiutandosi con artefatti concreti come proposto in "Cannucce e numeri decimali", gli allievi dovrebbero riuscire ad estendere l'algoritmo imparato con i numeri naturali anche ai numeri decimali, incolonnando opportunamente gli addendi e lavorando con decimi, centesimi, millesimi, ... facendo le conversioni laddove fosse necessario trasformare, ad esempio, 1 decimo in 10 centesimi o 10 millesimi in 1 centesimo ecc.

L'algoritmo più ostico da applicare, così come lo si è imparato, è quello della moltiplicazione. Infatti, in esso, è semplice gestire l'incolonnamento quando i numeri sono naturali, ma lavorare sull'ordine di grandezza di prodotti parziali come ad esempio 3 centesimi per 4 millesimi, prevedendone l'ordine di grandezza nel risultato, è molto complesso. Il docente può sfruttare l'occasione per aprire una discussione, lanciando la seguente sfida: "*Se dobbiamo eseguire la moltiplicazione 3,14 × 2,8 e conosciamo bene gli algoritmi per i numeri naturali, senza la virgola, come possiamo procedere?*". Tra le varie idee, potrebbe emergere che, se questi fattori fossero naturali, non ci sarebbero problemi ad applicare gli algoritmi conosciuti. Il docente può guidare la discussione verso la ricerca di una strategia per poter operare, almeno temporaneamente, sui numeri naturali 314 e 28. Nella discussione dovrebbe emergere la necessità di moltiplicare il primo fattore per 100 e il secondo per 10 per ottenere i numeri naturali con cui operare; ma quale influenza avrà questa operazione sul risultato? Per mostrarne gli effetti, il docente potrebbe proporre situazioni concrete, in contesti significativi per esempio in ambito di Grandezze e misure. Se questa moltiplicazione, per esempio, ci permettesse di trovare l'area di uno stanzino rettangolare di dimensioni 3,14 m × 2,8 m, moltiplicando ora 314 m × 28 m troveremo l'area di un rettangolo che è simile a quello cercato ma molto più esteso! Per l'esattezza l'area trovata sarà 1'000 volte più grande di quanto ci aspettavamo all'inizio, dato che abbiamo moltiplicato il primo fattore per 100 e il secondo per 10. Dunque, possiamo procedere con l'algoritmo, ma ci dovremo ricordare che, per tornare indietro al risultato atteso, dovremo dividere per 1'000 il risultato di 314 × 28.

3,14	×	2,8	=	8,792
↓ × 100		↓ × 10		↑ : 1'000
314	×	28	=	8'792

$$\begin{array}{cccccc}
k & h & da & u & \\
 & 3 & 1 & 4 & \times \\
 & & 2 & 8 & = \\
\hline
2 & 5 & 1 & 2 & + \\
6 & 2 & 8 & 0 & = \\
\hline
\mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{9} & \mathbf{2} &
\end{array}$$

Una situazione analoga, in cui si può riflettere sull'applicabilità degli algoritmi noti ai numeri decimali, si può presentare con l'algoritmo di divisione.

In una prima attività si può proporre la risoluzione di una situazione concreta che parta da numeri naturali, ma che per essere risolta richieda di svolgere una divisione nell'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$. Ad esempio, 4 amici vincono un buono da 95 franchi e se lo vogliono dividere equamente. Agli allievi viene messo a disposizione del materiale concreto, in particolare i soldi finti (si veda la sezione **supporti**) come ausilio in alcune fasi dell'algoritmo.

	da	u	
	9	5	4
-	8		23
	1	5	
-	1	2	
		3	

Nelle 9 decine, il 4 è contenuto **2 decine di volte**.

Delle 9 decine iniziali, ne resta 1 che corrisponde a 10 unità, che unite alle rimanenti 5 unità danno 15 unità, in cui il 4 è contenuto **3 volte**.

Si prosegue nella divisione, considerando il 95 come 95,00 in cui abbiamo già considerato le decine e le unità, quindi passiamo a considerare i decimi e successivamente i centesimi, trovando rispettivamente la cifra dei decimi e dei centesimi del quoziente.

	da	u	d	c	
	9	5,	0	0	4
-	8				23,75
	1	5			
-	1	2			
		3	0		
-		2	8		
			2	0	
-			2	0	
				0	

Le 3 unità rimaste corrispondono a 30 decimi, in cui il 4 è contenuto **7 volte**, perché 4 × 7d = **28d**.

Restano 2 decimi, che corrispondono a 20 centesimi, in cui il 4 è contenuto esattamente **5 volte**, perché 4 × 5c = **20c**.

Negli ultimi due passaggi può essere efficace suddividere i bambini a gruppi di 4 e invitarli a riprodurre la situazione aiutandosi con i soldi finti: si cambiano i 3 franchi con 30 monete da 10 cent e si prova a distribuirle tra i 4 amici, che rimangono con 23 franchi e 70 centesimi ciascuno; avanzano 2 monete da 10 cent, che possono essere cambiate con 4 monetine da 5 cent, e se ne consegna una ad ognuno dei 4 amici.

Una seconda attività può essere proposta con divisioni in $\mathbb{Q}$ tra numeri decimali, partendo, per esempio, da una situazione concreta come la seguente: quante bottiglie da 0,75 L si possono riempire con 4,5 L di gazzosa? Occorre eseguire la divisione 4,5 : 0,75 chiedendosi quante volte lo 0,75 è contenuto nel 4,5; un'operazione alquanto difficoltosa da svolgere a mente, addizionando ripetutamente lo 0,75. Il docente potrebbe attivare gli allievi nella ricerca di una strategia per operare sui numeri, strategia da applicare ancora prima di affrontare l'algoritmo della divisione: "*Potete sfruttare una proprietà della divisione per ottenere una divisione più facile da gestire?*". Guidati dal docente, gli allievi potrebbero osservare che, se si moltiplicassero entrambi i termini della divisione per uno stesso numero, il risultato della divisione rimarrebbe invariato (proprietà invariantiva della divisione) ma il calcolo sarebbe più facile da svolgere. Gli allievi potrebbero essere lasciati liberi di esplorare e di scegliere per quale numero moltiplicare entrambi i termini. In questo caso, è conveniente moltiplicare entrambi i termini per 4, fattore sufficiente per rendere intero il divisore, trovando una divisione estremamente facile da gestire, senza nemmeno ricorrere all'algoritmo in colonna:

$$4{,}5 : 0{,}75 = (4{,}5 \times 4) : (0{,}75 \times 4) = 18 : 3 = 6.$$

Alcuni allievi potrebbero non adottare questa strategia e pensare di moltiplicare tutto per 100, trovando la seguente divisione:

$$4{,}5 : 0{,}75 = (4{,}5 \times 100) : (0{,}75 \times 100) = 450 : 75.$$

Ricorrendo all'algoritmo a danda (o alla canadese), potrebbero in seguito ottenere il risultato. La verifica di tale risultato potrebbe essere ad esempio fatta concretamente in occasione di una festa di istituto nella quale si intendono servire le bevande in caraffe o bottiglie di vetro da 0,75 L.

Algoritmi a confronto

Una proposta interessante consiste nel confrontare diversi algoritmi con l'obiettivo di far emergere dagli allievi i vantaggi e i limiti di ciascun procedimento, anche a dipendenza del tipo di calcolo.

Questa attività può essere svolta quando gli allievi hanno acquisito una certa familiarità con alcuni algoritmi, oppure, se si vuole renderla ancora più sfidante, per scoprirne di nuovi.

Gli allievi, a coppie o a piccoli gruppi, scelgono o ricevono un algoritmo da approfondire. Se si tratta di algoritmi antichi di moltiplicazione si potrebbe chiedere agli allievi di impersonificare egizi, cinesi o arabi che svolgono i calcoli ognuno con il proprio metodo, oppure dei piccoli archeologi che ritrovano algoritmi scritti aventi diverse origini e ne vogliono comprendere il funzionamento.

A ogni gruppo viene data la stessa operazione che deve essere risolta con l'algoritmo assegnato. Dopo aver applicato gli algoritmi, si chiede a ciascun gruppo di spiegare il procedimento ai compagni, nella forma che ritengono più idonea: tramite un cartellone di supporto, scrivendo alla lavagna ecc. Una volta presentati tutti gli algoritmi, il docente apre una discussione su quali possano essere i vantaggi e i limiti nell'uso di uno o dell'altro algoritmo per il calcolo proposto. Per gestire questo momento di confronto, si potrebbero mettere a disposizione degli allievi dei post-it di due colori diversi (uno per i vantaggi e uno per i limiti) chiedendo a ogni allievo di indicare almeno un vantaggio e un limite attaccando il post-it sul cartellone corrispondente. Finita questa prima fase individuale, si passa a leggere insieme i post-it commentandoli. In seguito, si ripropone l'attività per operazioni diverse per verificare se i vantaggi e i limiti rimangono gli stessi. Nel tempo è anche importante che i bambini si cimentino con algoritmi diversi, in modo da poter scegliere quello più adatto a seconda del contesto e dei propri bisogni.

A caccia dell'errore!

Un'attività da svolgere individualmente o a coppie, che può rivelarsi molto efficace per consolidare l'apprendimento di un algoritmo, è quella di individuare e correggere algoritmi di calcolo. Una volta che i bambini hanno appreso un certo algoritmo (o più di uno), possono essere loro assegnati una serie di algoritmi che possono presentare uno o più errori. I bambini devono individuarli, segnarli, e correggere gli algoritmi dichiarandone il risultato.

Una volta trovati e corretti alcuni errori, si può fare una messa in comune spiegando le motivazioni delle proprie scelte.

Completa l'algoritmo

Un'altra attività che può essere proposta per consolidare l'apprendimento di un algoritmo consiste nel completare un calcolo su cui sono presenti delle cancellature o delle macchie. Dapprima ogni allievo svolge un calcolo usando un determinato algoritmo, poi su un altro foglio ne crea una copia nella quale cancella con un pennarello o con un bianchetto alcune cifre o parti dell'algoritmo a sua scelta. Infine, scambia quest'ultimo foglio con quello di un compagno, che ha precedentemente svolto un calcolo differente dal suo utilizzando il medesimo algoritmo e macchiando il foglio. Ogni allievo della coppia completa il lavoro del compagno, inserendo le parti mancanti dell'algoritmo, e infine i due bambini si confrontano avendo a disposizione le loro risoluzioni prima che fossero oscurate.

Se emergono delle incongruenze, i bambini sono invitati a capire quale possa essere l'eventuale errore e a correggerlo insieme.

Algoritmi a postazioni

Dopo che gli allievi hanno approfondito diversi algoritmi per le operazioni, si possono realizzare delle postazioni, ciascuna dedicata ad un particolare algoritmo e in cui è possibile fornire l'ausilio di materiale concreto: cannucce, bastoncini, soldi finti ecc. I bambini, suddivisi a coppie o a piccoli gruppi, giungono a una postazione, pescano da una scatola un calcolo, e lo svolgono tramite l'algoritmo inerente alla postazione. Il docente può lasciar liberi gli allievi di scegliere la postazione che preferiscono, oppure può indirizzarli in base alle loro competenze, o fare in modo che in un certo numero di unità didattiche ogni coppia/gruppo abbia svolto tutte le postazioni.

Si potrebbe eventualmente proporre anche una postazione di verifica: i bambini passano da questa postazione al termine di ogni attività per verificare al pc, o tramite una calcolatrice o il controllo di cartoncini con le soluzioni, se il risultato trovato con l'algoritmo è corretto.

L'attività potrebbe anche essere organizzata in stile escape room: ogni coppia ha una serie di calcoli da svolgere con diversi algoritmi (ad esempio 4); per trovare il codice vincente, la coppia ha bisogno di determinate cifre che si trovano in determinati passaggi di un algoritmo, per esempio evidenziati con uno sfondo colorato.

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali, i numeri decimali e le frazioni in contesti reali e ideali; sa ordinare i numeri naturali e decimali;
- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali e sa effettuare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;
- ricava e interpreta informazioni da tabelle e grafici; elabora, interpreta e rappresenta insiemi di dati forniti o ricercati;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri.

COMPETENZE TRASVERSALI

- Sviluppo personale (messa a fuoco degli scopi, attivazione di strategie d'azione, consapevolezza di sé, sensibilità al contesto).
- Comunicazione (elaborazione, revisione, atteggiamento comunicativo).
- Pensiero riflessivo e critico (analisi/comprensione, ricerca delle connessioni, interpretazione/giudizio, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).

CONTESTI DI FORMAZIONE GENERALE

Cittadinanza, culture e società.