IL PENSIERO PRE-ALGEBRICO

Ambiti disciplinari: Numeri e calcolo; Grandezze e misure.

Leggere in chiave relazionale le proprietà dei numeri e delle operazioni. Comprendere il senso di formule ed espressioni, riuscire a ricavarne i vari elementi e a esprimerle a parole.
Sviluppare il pensiero pre-algebrico.

Senso del numero in generale; conteggio in generale; scrittura del numero; sottoinsiemi dei numeri naturali in generale; operazioni in generale; grafici e tabelle; lunghezza in generale; aree di triangoli e quadrilateri; volume e capacità; massa.

Potrebbe sembrare strano che l'algebra sia coinvolta nelle pratiche didattiche per la scuola elementare, dato che tradizionalmente si tratta di un campo di studio che viene introdotto in modo esplicito alla scuola media. Va però considerato che il modo in cui si affronta lo studio dell'aritmetica, con le diverse rappresentazioni dei numeri, delle operazioni e delle relative proprietà, costituisce le fondamenta su cui si basa lo studio dell'algebra alla scuola media. La scuola elementare diventa così il luogo in cui si gettano i primi semi del pensiero pre-algebrico, quella che nella ricerca anglosassone viene definita l'*Early Algebra*. Ciò non significa anticipare l'insegnamento dell'algebra; i bambini, infatti, sarebbero troppo piccoli per comprendere certi formalismi, ma di preparare il terreno rimanendo in ambito numerico. L'algebra è infatti per molti versi una generalizzazione di proprietà e di fatti aritmetici e, dunque, alla scuola elementare si possono affrontare con particolare attenzione e consapevolezza alcuni delicati concetti (come le diverse rappresentazioni di uno stesso numero, il carattere di equivalenza del segno uguale, le proprietà delle operazioni, ...) che fungono da prerequisiti per le conoscenze e le abilità algebriche che verranno costruite in seguito.

Un filone importante di lavoro è rappresentato dallo studio delle successioni e dalla loro generalizzazione; a questo tema sono dedicate due intere pratiche didattiche, una per il primo ciclo "Alla scoperta delle successioni" e una per il secondo ciclo "Aguzziamo l'ingegno con le successioni". A complemento di tali proposte sulle successioni, questa pratica propone alcune attività per lavorare su altri temi che possono preparare il terreno a future esplorazioni algebriche ben fondate e favorire così nell'allievo lo sviluppo del pensiero pre-algebrico. Alcune attività tra quelle descritte si ispirano a un progetto molto noto in Italia: il progetto ArAl (percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico, http://www.progettoaral.it/).

DIVERSE RAPPRESENTAZIONI DEL NUMERO

Nell'affrontare la conoscenza dei numeri, gli allievi esplorano diverse loro rappresentazioni in vari registri semiotici (linguistico, gestuale, figurale con pittogrammi o pallini, ...), favorite anche dall'uso di materiali concreti per rappresentare le quantità, fino ad arrivare a formalizzare quanto appreso tramite i numerali indo-arabi. È così che pian piano si individuano e si mettono a confronto diverse rappresentazioni di uno stesso numero, arricchendo e ampliando la conoscenza delle proprietà numeriche.

Scomposizioni additive

Una sfida che è possibile proporre fin dai primi anni di scuola elementare è di esplorare i vari modi in cui una collezione di elementi può essere suddivisa in due o più insiemi disgiunti, senza mai alterare il numero totale di elementi. Questo tipo di consegna porta a studiare le scomposizioni additive di un numero in due o più addendi. Per permettere ai bambini di esplorare le varie possibilità, si consiglia di usare materiali concreti. Ad esempio, suddividendo gli allievi a coppie, il docente può distribuire due bicchieri e un certo numero di cannucce o stecchini di legno (meglio se tutti dello stesso colore). La quantità di cannucce-stecchini deve essere distribuita in modi diversi tra i due bicchieri registrando le varie possibilità. Nella coppia i bambini possono distribuirsi i ruoli, essendo ciascuno responsabile di un bicchiere.

Così, scelto ad esempio il numero 5, i bambini scoprono che può essere ottenuto mettendo insieme:

0 e 5   1 e 4   2 e 3.

Si può anche ragionare sul fatto che, essendo i due bicchieri perfettamente identici, distribuire in un bicchiere 2 cannucce-stecchini e 3 nell'altro o viceversa non fa differenza.

L'attività può essere resa più difficile estendendola a gruppi di 3 allievi, chiedendo loro di gestire 3 bicchieri. Il numero 5, in questo caso, sarà ottenibile mettendo insieme:

0, 0 e 5   0, 1 e 4   0, 2 e 3   1, 1 e 3   1, 2 e 2.

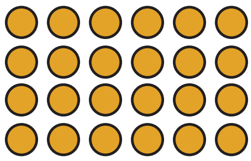
Tra i casi possibili, può sembrare meno intuitivo quello che prevede l'uso di un bicchiere vuoto, e quindi la trattazione dello zero. Nel caso in cui non emergesse dai bambini tale caso, il docente potrà porre delle domande-stimolo del tipo: "*E se in un bicchiere non mettessi nessun bastoncino? Avete considerato anche questo caso? Quante cannucce-stecchini avremmo in ciascun bicchiere?*".

Se si vogliono individuare tutte le possibili combinazioni, tenendo conto anche dell'ordine degli elementi, si consiglia di giocare sul colore dei bicchieri, per distinguere tra loro casi "simmetrici", in ogni caso sarà importante ribadire la congruenza della combinazione che darà il via a riflessioni sulla proprietà commutativa.

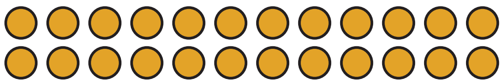
Aritmo-geometria

Sempre lavorando con materiale concreto, come sassolini, gettoni o bottoni, i bambini possono esplorare quella che i pitagorici chiamavano l'aritmo-geometria, ossia la rappresentazione dei numeri attraverso disposizioni di elementi che formano una figura geometrica. Tra queste disposizioni rientrano i numeri poligonali (triangolari, quadrati, pentagonali ecc.) e i numeri poliedrici (tetraedrici, piramidali quadrangolari ecc.). Trattare questi tipi di numeri può essere un'occasione per approfondire oltre ai numeri e alle loro proprietà anche la figura di Pitagora e della sua scuola tramite il fumetto della raccolta "Matematici a fumetti": https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/pitagora-vi-sec-a-c/. Si potrebbe iniziare a lavorare con allievi del primo ciclo su questo tipo di configurazioni, chiedendo loro di disporre liberamente un certo numero di oggetti a creare delle figure geometriche conosciute (triangoli, quadrati, rettangoli ecc.) per poi individuarne il numero di elementi. È poi possibile chiedere ai bambini di disporre su due file un certo numero di elementi, che i pitagorici chiamavano *monadi*. In alcuni casi ci si riuscirà mentre in altri no e ciò dipende dal numero di elementi della raccolta da disporre. Si potrà così individuare una prima intuitiva definizione di numeri pari (le quantità che si riescono a suddividere esattamente su due file equinumerose) e di numeri dispari (le quantità che non si riescono a suddividere esattamente su due file equinumerose). Questo stesso ragionamento potrà essere esteso a schieramenti di oggetti di forme rettangolari su 3, 4, 5, ... file, introducendo in modo visivo e intuitivo le tabelline e la moltiplicazione come addizione ripetuta, attraverso il modello degli schieramenti. Si lavora così anche sui multipli di un certo numero *n*, esplorando cioè quelle quantità di oggetti che si possono disporre esattamente su *n* file, senza che avanzi nessun oggetto. Dopo aver usato oggetti concreti, è possibile fare un primo passo verso l'astrazione rappresentando gli oggetti con dei pallini.

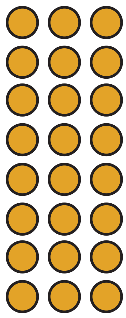
Distribuendo gli oggetti dati in modi diversi, ma sempre a formare uno schieramento, su più file senza buchi e senza avanzi, si possono scoprire diverse scomposizioni moltiplicative dello stesso numero, corrispondente alla cardinalità della collezione assegnata. Ad esempio, per il numero 24:



$24 = 6 \times 4$



$24 = 12 \times 2$



$24 = 3 \times 8$

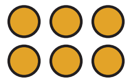
Osservando tutte e tre le immagini si potrà esplorare una prima applicazione intuitiva e concreta della proprietà associativa della moltiplicazione:

$$24 = (6) \times (4) = (12) \times 2 = 3 \times (8)$$

$$24 = (3 \times 2) \times (2 \times 2) = (3 \times 2 \times 2) \times 2 = 3 \times (2 \times 2 \times 2).$$

Se poi si considera il 24 formato da pallini disposti su un'unica fila si avrà lo schieramento 24×1.

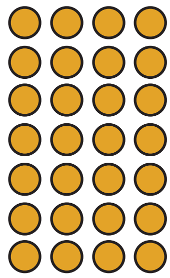
Nel secondo ciclo è possibile osservare che ogni numero naturale è rappresentabile mediante una configurazione rettangolare di elementi, ma i numeri primi sono rappresentabili unicamente tramite un'unica fila di elementi.



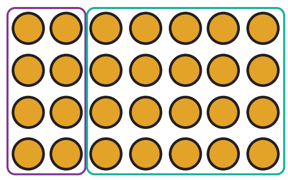
6 numero non primo

5 numero primo

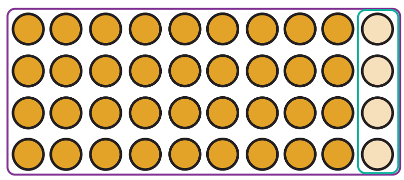
Inoltre, osservando uno schieramento è possibile visualizzare la proprietà commutativa della moltiplicazione, dato che il numero totale di elementi, nel nostro caso 28, sono dati da 7 righe per 4 colonne o da 4 colonne per 7 righe, e ciò è indipendente anche dalla posizione che assume il rettangolo sul foglio. Ruotando il rettangolo di 90°, si ottengono sempre 28 elementi, anche se si invertono le righe con le colonne.



Scomponendo gli schieramenti in due o più sotto-schieramenti, si può inoltre intuire geometricamente la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione:

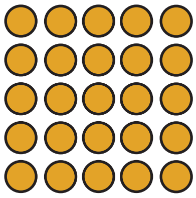


$$7 \times 4 = (2 + 5) \times 4 = \boxed{2 \times 4} + \boxed{5 \times 4}$$

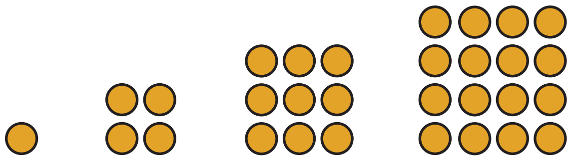


$$9 \times 4 = (10 - 1) \times 4 = \boxed{10 \times 4} - \boxed{1 \times 4}$$

Infine, se con un certo numero di gettoni si riesce a creare uno schieramento di forma quadrata, si è individuato un *numero quadrato*, come ad esempio 25 = 5 × 5, rappresentabile mediante il seguente schieramento:

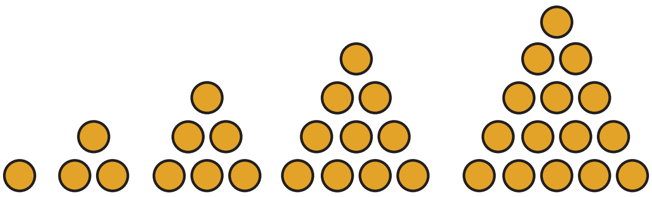


È possibile generalizzare andando alla ricerca di tutti i numeri quadrati, ossia dei numeri che si possono scrivere come $n \times n$.



$1^2 = 1$ $2^2 = 4$ $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ ...

Si può anche chiedere ai bambini di individuare i *numeri triangolari*, ossia le configurazioni a forma di triangolo equilatero come le seguenti:



1 1 + 2 = 3 1 + 2 + 3 = 6 1 + 2 + 3 + 4 = 10 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 ...

I pitagorici conoscevano la formula che lega il numero n di elementi che formano il lato del triangolo e il numero totale degli elementi che formano l'intero triangolo: $1 + 2 + \ldots + n$; essa è esprimibile modernamente nella scrittura seguente:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Questa formula è stata individuata intuitivamente molti secoli dopo dal giovane matematico Gauss, il "principe della matematica". Per un approfondimento di questo aneddoto si veda il fumetto https://www.matematicando.supsi.ch/risorse-didattiche/gauss-xviii-sec/.

IL SENSO RELAZIONALE DELL'UGUALE

Tradizionalmente il segno uguale viene introdotto quando si formalizzano i segni delle operazioni e in quel momento assume un significato *procedurale*, ad indicare il risultato di una procedura: 5 + 3 = 8, indica che "il risultato dell'addizione di 5 e 3 è il numero 8".

Tuttavia, essendo l'uguaglianza una relazione di equivalenza, il segno uguale indica che ciò che è scritto a sinistra (prima dell'uguale) è equivalente a ciò che è scritto a destra (dopo l'uguale) e viceversa. Dunque, la corretta lettura del segno uguale è effettivamente bidirezionale (da sinistra verso destra ma anche da destra verso sinistra); 5 + 3 = 8 può anche essere letto partendo da 8: "8 è la somma di 5 e 3". Allenarsi in questo tipo di lettura del segno uguale, fin dalla scuola elementare, sviluppa nel bambino il significato *relazionale* dell'uguale, che costituisce una base fondamentale per poi comprendere e manipolare con padronanza l'uguale nello studio delle *equazioni*.

Le piramidi dei numeri

Questa proposta riecheggia l'attività presentata nella pratica didattica "Divertiamoci con l'addizione e la sottrazione" per il primo ciclo e la espande anche alle operazioni di moltiplicazione e divisione, e in particolare all'insieme dei numeri razionali.

La sfida lanciata dal docente consiste nel creare delle piramidi con cubetti o duplo, assegnare un valore numerico solo ad alcuni di questi cubetti e poi chiedere agli allievi di completare la piramide numerica, assegnando un valore a tutti i cubetti di cui è composta. Chiaramente il docente dovrà esplicitare la regola di composizione della piramide; ad esempio, si può partire con la seguente regola: "*Il valore di ogni cubetto è la somma dei valori dei due cubetti sottostanti*". Una volta completata la piramide gli allievi sono invitati a esplicitare per iscritto, usando simboli matematici, la/e operazione/i rappresentata/e dalla piramide.

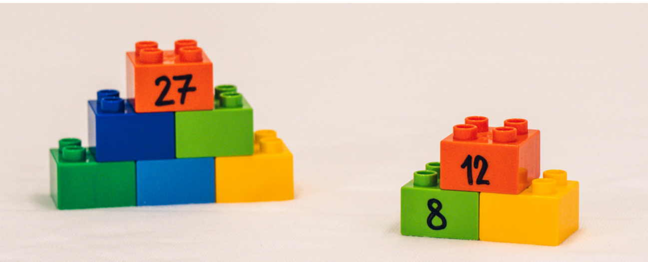
Se la piramide venisse riempita unicamente dal basso, assegnando un valore ai cubetti della base e chiedendo agli allievi di risalire la piramide fino al cubetto posto in cima, la consegna si ridurrebbe semplicemente a svolgere delle addizioni, e porterebbe l'allievo a chiedersi ogni volta "Quanto fa $a + b$?" dove a e b sono i valori di due cubetti accostati. Il ragionamento richiesto dal compito sfrutterebbe l'uguaglianza in senso *procedurale*.

Se invece viene dato il valore dell'ultimo cubetto posto in cima alla piramide, il ragionamento richiesto all'allievo per completare la piramide cambia, in quanto basato sull'uguaglianza in senso *relazionale*. Se viene dato anche uno dei numeri sottostanti (ad esempio, sapendo che il cubetto in cima vale 12 e uno di quelli sottostanti vale 8), l'allievo si chiederà qual è quel numero che addizionato a 8 dà come risultato 12. Sostanzialmente sta lavorando sull'espressione "bucata":

$$12 = 8 + ?.$$

Questa piramide ha un'unica soluzione, e per trovarla l'allievo può mobilitare anche le sue conoscenze legate alla sottrazione, eseguendo il calcolo 12 - 8.

Se, infine, viene fornito solo il valore del cubetto in cima mentre quelli sottostanti restano da attribuire, gli allievi si accorgeranno che non c'è un solo modo di completare la piramide (ad esempio, con 12 in cima si possono avere i numeri 8 e 4 nei mattoncini sottostanti, ma anche 6 e 6, oppure 7 e 5 ecc.).



È possibile poi cambiare la regola di composizione della piramide, in modo che i bambini allenino anche conoscenze e abilità legate alla moltiplicazione e alla divisione. Il docente potrebbe annunciare un cambio di regola: "*Il valore di ogni cubetto è il prodotto dei valori dei due cubetti sottostanti*".

Anche in questo caso, se si fornissero i valori dei cubetti alla base, l'allievo si ritroverebbe semplicemente ad eseguire delle moltiplicazioni in cui l'uguale acquisisce un senso *procedurale* (ad esempio, se vengono forniti 6 e 2 come valori di due cubetti accostati, il bambino si chiederà "Quanto fa 6 × 2?").

Se invece viene fornito il valore del cubetto in cima, ad esempio 12, il bambino si troverà a sviluppare un senso *relazionale* dell'uguale per completare il livello sottostante della piramide, leggendola come "Quali sono quei numeri il cui prodotto fa 12?"; se uno di essi è fornito (ad esempio, 3) l'allievo dovrà risolvere mentalmente un'espressione "bucata":

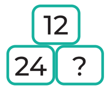
$$12 = 3 \times ?$$

anche chiamando in causa la divisione, eseguendo il calcolo 12 : 3.

Se invece non viene fornito nessuno dei numeri sottostanti, saranno possibili diverse piramidi, esprimibili in termini matematici come:

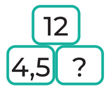
$$12 = 1 \times 12;\ 12 = 2 \times 6;\ 12 = 3 \times 4.$$

Finora sono stati proposti esempi con i numeri naturali, ma è interessante, nel secondo ciclo, portare gli allievi a completare la piramide anche usando i numeri razionali, ampliando così il campo numerico. Se gli allievi hanno già trattato le frazioni, il docente può ad esempio proporre la piramide:



esplicitando che la regola è quella del prodotto e chiedendo: "*Quanto vale il cubetto con il punto interrogativo*?". Gli allievi potrebbero trovarsi in difficoltà se cercano la soluzione nell'insieme dei numeri naturali, ed è proprio il conflitto cognitivo che il docente vuole favorire. Da una discussione collettiva potrebbe emergere che 12 è la metà di 24, dunque il valore che si sta cercando è 1/2. La piramide esprime la moltiplicazione 12 = 24 × 1/2.

Anche con la regola della somma si può proporre una variante analoga che utilizza i numeri decimali, ad esempio dando la piramide:



che equivale all'addizione: 12 = 4,5 + 7,5.

Le piramidi, infine, possono essere costruite a più livelli in modo da rendere ancora più complesso il compito, oppure possono essere fornite già completate chiedendo agli allievi di capire qual è la regola di composizione. Inoltre, una volta affrontate alcune sfide proposte dal docente, gli allievi possono divertirsi a creare sfide per i propri compagni.

Il rubabandiera delle rappresentazioni numeriche

Una volta che i bambini hanno esplorato alcune scomposizioni additive e moltiplicative dei numeri, è possibile proporre un gioco in cui ogni allievo impersona un numero mettendosi una pettorina. Il docente prepara dei bigliettini con dei numeri, compresi in un certo range numerico, ad esempio da 0 a 10; di ogni bigliettino ne crea una copia e li mette tutti in un sacchetto. I bigliettini in totale (compresa la doppia copia) devono essere tanti quanti gli allievi della classe.

Ogni bambino pesca un numero e lo scrive segretamente a matita sulla facciata della propria pettorina che rimarrà a contatto con il petto, nascosta ai compagni. Sull'altra facciata della pettorina, quella che sarà visibile a tutti, ogni allievo scrive un calcolo o una sequenza di calcoli che dà quel numero come risultato (con gli allievi di fine secondo ciclo, si può anche prevedere l'uso delle parentesi); ad esempio, se un allievo pesca il numero 8 può scriverlo come: 11 - 3, o 4 × 2, o 12 × 2 : 3, o ancora (21 - 5) : 2. In classe ci sarà un altro allievo che avrà estratto lo stesso numero; il docente monitora che i due allievi in questione abbiano scelto due rappresentazioni diverse di quello stesso numero. Su questa equivalenza si baserà, infatti, l'intero gioco.

Una volta preparate e indossate le pettorine, i bambini vengono invitati a muoversi all'interno dell'aula in cerca del proprio compagno di giochi, ossia l'allievo che ha pescato lo stesso numero. Potranno solo interpretare l'informazione visibile, ovvero il calcolo il cui risultato è il numero scritto all'interno della pettorina, ma non potranno rivelare subito tale numero. Quando si incontrano, i bambini eseguono a mente il calcolo scritto sulla pettorina del compagno e, in base al risultato, scoprono se formano una coppia o meno. Una volta terminata questa fase dell'attività, ogni coppia si presenta alla classe, ad esempio: "Noi siamo 4 × 2 e 13 + 2 - 7; entrambi rappresentiamo il numero 8", e così via per tutte le coppie, in modo che il docente insieme ai compagni possano verificare la corretta composizione delle coppie. In seguito, i bambini si sfidano a rubabandiera, schierandosi in corrispondenza biunivoca uno di fronte all'altro.

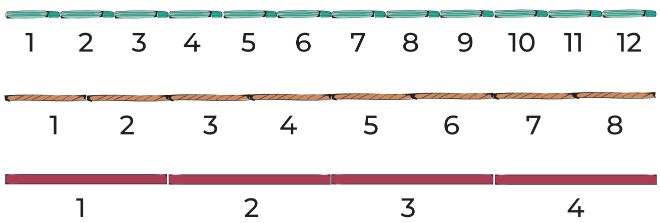
Un'attività analoga può essere riproposta ogni volta che occorre formare delle coppie o dei gruppi di lavoro, approfittando dell'occasione per riflettere sulle operazioni utilizzate per rappresentare i numeri estratti e sull'equivalenza delle espressioni scritte sulle pettorine.

Misure a confronto

Un contesto che può essere utilizzato per dare senso al segno uguale è quello delle equivalenze tra misure di una stessa grandezza (come lunghezza, massa, volume), ricavate o verificate attraverso il confronto diretto con un campione di riferimento.

Ad esempio, lavorando sulle misure di lunghezza, si potrebbe proporre di misurare una stessa distanza confrontandola con unità di misura differenti, suddividendo gli allievi in gruppi e assegnando a ogni gruppo un campione di riferimento: un pennarello, un cordino, un'asticella, una cannuccia ecc.

Oltre a prendere dimestichezza con unità di misura non convenzionali (non condivise) della lunghezza, gli allievi potranno rafforzare il senso dell'uguale come equivalenza. Infatti, in una messa in comune dei risultati trovati, gli allievi potranno confrontare tra loro le misure effettuate giungendo alla conclusione che sono tutte uguali tra loro perché tutte uguali alla stessa distanza, quella che si doveva misurare. Così si potranno stabilire le opportune equivalenze tra le unità di misura non condivise che sono state utilizzate.



Se, ad esempio, la distanza data misura 12 pennarelli per il gruppo 1, 8 cordini per il gruppo 2, e 4 asticelle per il gruppo 3, si potranno stabilire le seguenti uguaglianze:

12 pennarelli = 8 cordini

12 pennarelli = 4 asticelle

8 cordini = 4 asticelle.

Dal confronto, inoltre, gli allievi potrebbero individuare visivamente anche altre equivalenze come 1 asticella = 2 cordini = 3 pennarelli. Alcuni allievi potrebbero spingersi ad osservare, usando intuitivamente le frazioni, che una corda è lunga come metà asticella o che una corda è lunga quanto un pennarello e mezzo. Da questo confronto potrà, infine, nascere una discussione sulla scelta di un'unità di misura condivisa di classe per misurare le distanze, che il docente potrà all'occorrenza stimolare con domande come: "*Quale tra questi oggetti scegliereste per misurare le dimensioni dell'aula? Perché?*".

In modo simile a quanto proposto con la lunghezza, si può lavorare anche con la massa, chiedendo agli allievi divisi a gruppi di confrontare la massa di un certo oggetto, uguale per tutti, usando però diversi campioni di riferimento. Questi ultimi possono essere scelti tra oggetti presenti in classe, come gomme, gessi, colle ecc. assicurandosi che, in ogni gruppo di campioni di riferimento, gli esemplari siano tutti nuovi o che abbiano approssimativamente tutti lo stesso peso. Ogni gruppo dispone di una bilancia a due piatti. Gli allievi devono mettere su un piatto della bilancia l'oggetto di cui si deve determinare la massa e hanno il compito di stabilire quanti esemplari del campione di riferimento assegnato al gruppo si devono posizionare sull'altro piatto della bilancia per portarla in equilibrio. Quando ogni gruppo ha completato il proprio lavoro si mettono in comune i risultati e si potranno stabilire delle equivalenze tra i campioni utilizzati.

Anche in attività legate alle misure di capacità si può proporre un confronto tra volumi d'acqua chiedendo di misurare la capienza di un certo recipiente (ad esempio, una bacinella utilizzata per un gioco con l'acqua in cortile) usando diversi contenitori più piccoli o misurini. Attraverso delle esplorazioni pratiche, anche in questo caso, l'obiettivo è quello di arrivare a stabilire delle equivalenze tra i contenitori o i misurini utilizzati come strumenti sfruttando il fatto che tutti sono stati messi a confronto con la stessa capacità di partenza (ad esempio, 50 bicchieri = 25 bottigliette).

In tutti gli esempi proposti, oltre all'interesse di confrontare tra loro unità di misura non convenzionali per una stessa grandezza, con lo scopo di sceglierne una condivisa da usare per tutta la classe, il confronto può essere anche ripreso e ampliato per trattare le unità di misura convenzionali e stabilire le possibili conversioni tra di esse. Infatti:

- se al posto di pennarelli e corde, si propone di usare il metro e dei cartoncini lunghi un decimetro precedentemente preparati dal docente, si può avviare un lavoro sui sottomultipli del metro;
- se al posto di gomme, gessi e colle si propongono i pesi standard per la bilancia a due piatti, si possono introdurre il chilogrammo e i suoi sottomultipli;
- se al posto di contenitori qualsiasi si forniscono dei misurini graduati o si usano dei bicchieri o delle bottigliette su cui la capacità è indicata in ml, cl, dl o L, si può parlare di litro e dei suoi sottomultipli.

Diversi ma uguali

Questa attività prende spunto da giochi come il domino o il memory, nei quali si lavora sull'associazione di due carte o tessere che presentano due rappresentazioni diverse dello stesso oggetto. Nella sezione **giochi**, ad esempio, le proposte "Domino delle tabelline" e "Memory delle tabelline" funzionano sulla base di tale associazione. Il concetto di equivalenza si concretizza nel gesto di associare le tessere accostandole o accoppiandole, e tale gesto si potrebbe formalizzare nell'uso del segno uguale lavorando sulla sua lettura bidirezionale (ad esempio, decretando che: 6 × 5 = 30 e 30 = 3 × 10).

Giochi simili, con varianti anche più complesse, possono essere creati con gli allievi coinvolgendo tutte e quattro le operazioni. Dalla riflessione prima, durante e dopo il gioco, si possono ricavare uguaglianze come 9 + 15 = 6 × 4, abbinabile in quanto equivalgono entrambe allo stesso numero, ossia al 24.

Al termine di una partita, il docente propone un momento di riflessione sulla catena costruita nel domino o rispettivamente sul mazzetto di carte racimolato nel memory. La domanda stimolo può essere la seguente: "*Perché sono state abbinate queste due tessere? Perché la tessera 10 + 2 si può abbinare con 24 : 2? Come si potrebbe scrivere usando solo simboli matematici?*". Oltre a ripassare proprietà e fatti aritmetici legati alle quattro operazioni, i bambini potranno familiarizzare con l'uso relazionale del segno uguale.

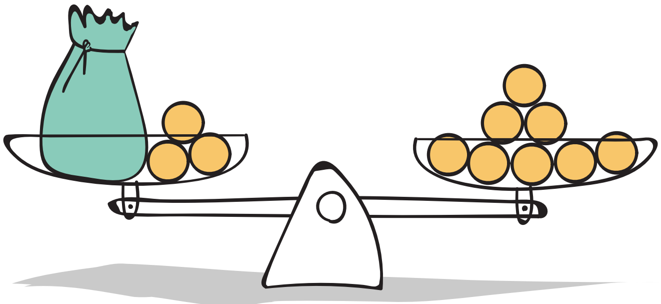
INCOGNITE E VARIABILI

Appoggiandosi all'ambito di Grandezze e misure, è possibile proporre situazioni in cui gli allievi non conoscono una certa quantità o la misura di una grandezza, ma la possono ricavare interpretando e sfruttando relazioni date o a partire da misure indirette. Altre situazioni interessanti sono quelle in cui si studia empiricamente come varia una grandezza in funzione di una certa quantità o di un'altra grandezza. È importante in questi tipi di attività che gli allievi facciano esperienza della situazione proposta e che possano manipolare gli oggetti in gioco, e di conseguenza le grandezze che sono implicate nella situazione. In questo modo, le eventuali incognite da ricavare o le variabili da analizzare non restano entità astratte ma sono ancorate quanto più possibile al concreto. Inoltre, è così possibile effettuare una verifica diretta delle ipotesi formulate dai bambini.

Bilance in equilibrio

La bilancia a due piatti in equilibrio può essere efficacemente utilizzata come metafora per l'uguaglianza di quantità, in particolare quando una di queste quantità posate sui piatti della bilancia è incognita.

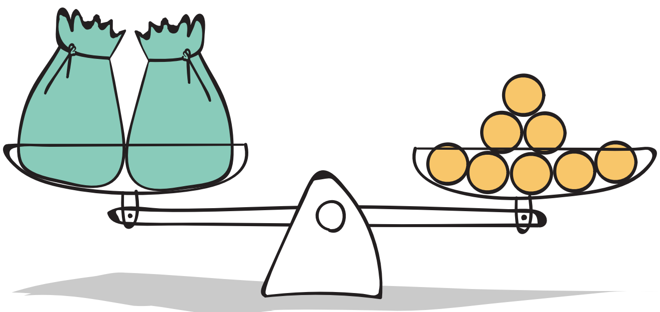
Dopo che i bambini hanno preso dimestichezza con l'uso della bilancia a due piatti e ne conoscono e interpretano bene il funzionamento, il docente può rendere incognita una delle quantità in gioco, sfidando i bambini a ricavarla. Innanzitutto, occorre procurarsi una discreta quantità di oggetti tutti identici (ad esempio, dei cubetti o delle palline). Il docente, quindi, nasconde una certa quantità di oggetti (nota solo a lui) all'interno di un sacchettino in stoffa (non trasparente e di peso trascurabile). Poi presenta ai suoi allievi una situazione, in cui la bilancia è in equilibrio, simile alla seguente:



I ragazzi devono determinare quante palline sono contenute nel sacchetto, potendo manipolare gli oggetti ma senza aprire il sacchetto. Poi si verifica la loro ipotesi aprendo il sacchetto e contando tutti insieme.

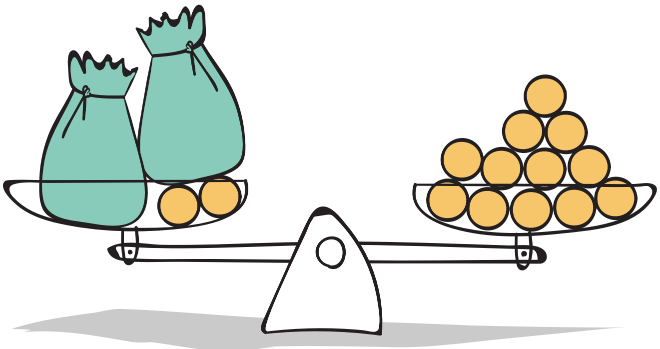
In termini di strategie, alcuni allievi potrebbero proporre di sottrarre le palline visibili sul piatto di sinistra, in modo da far rimanere il solo sacchetto. Si accorgeranno che la bilancia non è più in equilibrio e che per riportarla in tale stato occorrerà togliere anche dall'altro piatto lo stesso numero di palline.

In una variante della sfida, il docente crea più sacchetti identici, contenenti lo stesso numero di palline (noto solo a lui). Poi presenta ai ragazzi una situazione simile a questa:



I ragazzi sono nuovamente invitati a trovare il numero di palline contenute in ogni sacchetto, potendo esplorare e manipolare gli oggetti ma senza aprire i sacchetti, il cui contenuto verrà svelato solo alla fine come verifica dell'ipotesi degli allievi. In questo caso, una strategia possibile è quella di provare a mettere in equilibrio la bilancia con un solo sacchetto; avendo dimezzato la quantità di oggetti sul piatto di sinistra, occorrerà farlo anche con il numero di oggetti sul piatto di destra.

Ovviamente le due tipologie di sfida possono poi essere mescolate in modo da creare situazioni sempre più complesse, da affrontare in più passaggi, come la seguente:



La messa in comune delle strategie sarà un momento interessante, perché potrebbero emergere modi differenti di interpretare la situazione di equilibrio (e dunque l'uguaglianza) al fine di "isolare" e ricavare solo la quantità misteriosa di palline nel sacchetto. I bambini intuiscono così in modo molto concreto i principi di equivalenza delle equazioni.

Dopo aver affrontato alcune sfide proposte dal docente, gli allievi possono essere messi a coppie o a gruppi, per creare e proporsi a vicenda delle nuove sfide.

Formule in discussione

Questa attività può essere proposta una volta che gli allievi hanno ricavato le formule dell'area di alcune figure piane.

Invece di imparare a memoria le cosiddette formule inverse, come se fossero altre nuove formule, i ragazzi vengono abituati a leggere in modo funzionale le formule ricavate.

Si consideri, ad esempio, l'area del rettangolo (A = lato1 × lato2). Il docente propone ai ragazzi di trovare una dimensione (lato2), conoscendo l'area e l'altra dimensione (lato1). Gli allievi dovranno mobilitare le loro conoscenze legate alle tabelline (se si tratta di numeri naturali) e alla divisione. Se per esempio l'area è 56 cm^2 e uno dei due lati è lungo 8 cm, i ragazzi dovranno chiedersi qual è quel numero che moltiplicato per 8 dà come prodotto 56? Ossia risolvere una piccola equazione del tipo:

$$56 = 8 \times \text{lato2}.$$

Per trovare la lunghezza incognita in centimetri occorrerà dunque eseguire la divisione lato2 = 56 : 8. Con numeri naturali, l'uso delle tavole pitagoriche potrebbe essere d'aiuto per gli allievi in difficoltà.

Allo stesso modo si può lavorare sul rombo, noti il valore dell'area e la lunghezza di una delle due diagonali. La particolarità qui sta nel fatto che c'è un fattore 2 da tenere in considerazione (A = diagonale1 × diagonale2 : 2). Se l'area fosse 56 cm^2 e la diagonale1 fosse lunga 8 cm, si dovrebbe quindi ricavare la diagonale2 dalla seguente espressione:

$$56 = 8 \times (\text{diagonale2} : 2).$$

A differenza del caso precedente, si ottiene la lunghezza di metà diagonale2 (7 cm), dunque l'intera diagonale2 sarà lunga il doppio (14 cm).

Un ragionamento analogo si potrà fare sulla formula per l'area del triangolo, noti il valore dell'area (ad esempio, 56 cm^2) e la lunghezza di un lato (8 cm). Si potrà ricavare la lunghezza incognita dell'altezza relativa al lato dato, a partire dalla seguente espressione:

$$56 = 8 \times (\text{altezza} : 2).$$

Come nel caso precedente, ciò che si ricava è in realtà la lunghezza di metà altezza (7 cm), dunque l'altezza sarà lunga il doppio (14 cm).

In tutti i casi proposti, il disegno e la manipolazione di oggetti concreti possono essere di grande supporto alla visualizzazione e alla comprensione di quanto si sta manipolando a livello aritmetico e algebrico. Per esempio, il docente potrebbe fornire ad ogni allievo dei fogli di carta quadrettata (1 cm × 1 cm) per ricavare dapprima il rettangolo che ha area 56 quadretti, partendo da un lato lungo 8 cm; poi il rombo equiesteso ad esso con una diagonale lunga 8 cm; infine, il triangolo equiesteso al rettangolo e al rombo considerati, avente un lato lungo 8 cm. I ragazzi potranno così ritagliare il loro esemplare di figura dal foglio di carta quadrettata verificando le loro ipotesi e toccando con mano esempi concreti.

Cannucce e isoperimetria

Questa proposta si sviluppa a partire da una cannuccia lunga 18 cm, graduata con le tacche a distanza di un centimetro l'una dall'altra. Il docente ne prepara molte e le distribuisce agli allievi che lavorano a gruppi; successivamente lancia la sfida: "*Quanti triangoli riuscite a formare piegando la cannuccia in due punti? Attenzione però, bisogna piegare la cannuccia sempre in corrispondenza delle tacche*". Applicando e ripassando il concetto di disuguaglianza triangolare in modo ludico, gli allievi procederanno a esplorare la situazione. Ogni volta che si forma un triangolo, si fa passare uno spago all'interno della cannuccia e lo si può chiudere con un nodino, in modo da non perdere la scoperta fatta. Un membro del gruppo sarà incaricato di registrare i dati di tutti i triangoli formati, in particolare le lunghezze di ciascuno dei tre lati. Infine, in una messa in comune collettiva ogni gruppo presenterà i triangoli trovati e i dati verranno registrati su un tabellone alla lavagna (le terne già trovate da altri gruppi non verranno riproposte). La situazione si potrà riassumere nel seguente modo:

Lato1 (cm)	Lato2 (cm)	Lato3 (cm)
3	7	8
4	6	8
4	7	7
5	5	8
5	6	7
6	6	6

Se alcuni casi non emergono nella messa in comune, potrà proporli il docente per completare il quadro delle scoperte. Oltre ad osservare quali triangoli sono equilateri, isosceli o scaleni, ora gli allievi potranno essere chiamati a considerare che cos'hanno in comune tutti questi triangoli: hanno lo stesso perimetro, rappresentato dalla cannuccia iniziale di 18 cm, piegata poi in punti diversi.

Si potrebbe a questo punto formalizzare tale aspetto in termini matematici; si tratta di diverse somme che equivalgono tutte al numero 18, e quindi equivalenti tra loro:

$3 + 7 + 8 = 4 + 6 + 8 = 4 + 7 + 7 = 5 + 5 + 8 = 5 + 6 + 7 =$
$= 6 + 6 + 6.$

La medesima attività può essere proposta per esplorare i quadrilateri isoperimetrici, magari scegliendo una cannuccia di 16 o 20 cm in modo da ricavare anche il quadrato tra le possibili figure. Di questi quadrilateri sarà interessante poi osservare come varia l'area a parità di perimetro.

Pensiero proporzionale

Un contesto stimolante per studiare la variazione di una grandezza in funzione di una certa quantità è quello delle ricette in cui intervengono misure di massa e/o di capacità. Ad esempio, si consideri la seguente ricetta che permette di realizzare circa 50 biscotti.

Biscotti alle gocce di cioccolato
(dosi per 50 biscotti)

- 2 uova intere
- 200 g di zucchero
- 200 g di farina
- 200 g di burro fuso
- 50 g di fecola di patate
- 1 bustina di lievito (16 g)
- 100 g di nocciole tostate
- 100 g di gocce di cioccolato

Il docente potrebbe proporre ai bambini di realizzare i biscotti per una festa di classe, ma 50 biscotti potrebbero essere un quantitativo troppo elevato; meglio riscrivere la ricetta per realizzare la metà dei biscotti. In questo caso, è sufficiente dimezzare tutte le dosi. E se invece si volessero invitare anche altre classi, realizzando 150 biscotti? Oppure se si avessero a disposizione 3 uova e si volessero utilizzare tutte?

Una rappresentazione tabellare può aiutare a studiare come variano le dosi in relazione al numero di biscotti (nelle caselle colorate e in corsivo sono inseriti i dati che dovrebbero ricavare gli allievi).

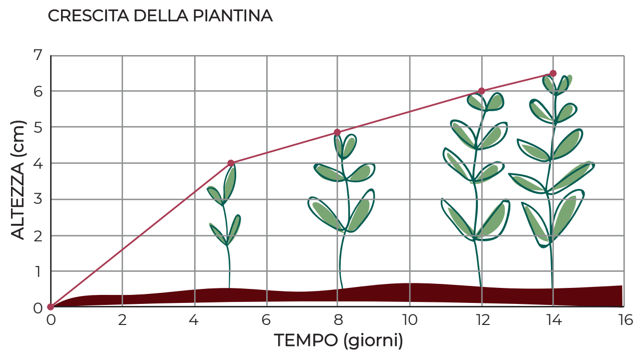
	Caso A: 50 biscotti	**Caso B: 25 biscotti**	**Caso C: 150 biscotti**	**Caso D: *75 biscotti***
		metà del caso A	*triplo del caso A o 6 volte il caso B*	*triplo del caso B o metà del caso C*
Uova	2	*1*	*6*	3
Zucchero	200 g	*100 g*	*600 g*	*300 g*
Farina	200 g	*100 g*	*600 g*	*300 g*
Burro	200 g	*100 g*	*600 g*	*300 g*
Fecola	50 g	*25 g*	*150 g*	*75 g*
Lievito	16 g	*8 g*	*48 g*	*24 g*
Nocciole	100 g	*50 g*	*300 g*	*150 g*
Gocce di cioccolato	100 g	*50 g*	*300 g*	*150 g*

Inoltre, si può osservare con gli allievi che il rapporto tra gli ingredienti si mantiene sempre fisso: ad esempio, i grammi di nocciole sono sempre la metà dei grammi di farina, oppure c'è sempre un uovo ogni 100 g di zucchero. Queste osservazioni possono fungere anche da verifica autocorrettiva per gli allievi.

Il pensiero proporzionale che permette di risolvere questa attività getta le basi per lo studio delle proporzioni che gli allievi imposteranno e impareranno ad affrontare nel terzo ciclo.

Grandezze in relazione

Per consolidare lo studio delle diverse grandezze, con allievi più grandi si possono proporre situazioni, fenomeni o esperienze in cui una grandezza varia in funzione di un'altra (detta variabile indipendente), che spesso è il tempo. Proponendo esperienze in interdisciplinarità con ambiente, infatti, si possono analizzare fenomeni come la crescita di una piantina, in termini di variazione della sua altezza in funzione del tempo. Gli allievi sono invitati a tenere un diario dell'esperienza con osservazioni, tabelle di dati, disegni o fotografie. Questi ultimi, che rappresentano fotogrammi dell'esperienza, potrebbero poi essere accostati (facendo attenzione a mantenere le proporzioni) per visualizzare l'andamento della crescita. Se gli allievi hanno già trattato il piano cartesiano, potrebbero sovrapporlo ai fotogrammi, individuando l'istante della semina (altezza pari a 0 cm) come giorno 0, poi considerando l'altezza raggiunta dalla piantina registrata nei giorni seguenti e infine tracciando una linea spezzata tra questi punti per iniziare a visualizzare l'andamento del grafico che rappresenta la variazione dell'altezza in funzione del tempo.



TEMPO (giorni)	ALTEZZA (cm)
0	0
5	4
8	4.8
12	6
14	6,5

Altre esperienze in cui interviene il tempo sono legate allo studio del rapporto tra grandezze. Ne è un esempio la velocità come rapporto tra la distanza percorsa e l'intervallo di tempo impiegato per percorrerla. Il docente potrebbe fissare una certa distanza uguale per tutti (ad esempio, la lunghezza di un percorso), farla percorrere da ogni bambino e registrare i tempi di ciascuno. A quel punto, siccome la distanza percorsa è la stessa per tutti, per stilare una classifica, si potranno confrontare i tempi ottenuti da ciascun corridore. Si potrebbe cogliere l'occasione per introdurre una tabella che indichi per ciascun allievo la distanza, il tempo e il loro rapporto, ossia la velocità media mantenuta dall'allievo.

Mantenendo fissa la distanza, si crea una relazione di proporzionalità inversa tra il tempo e la velocità, che può essere esplorata e intuita dagli allievi, anche facendo ricorso all'esperienza vissuta con il proprio corpo e attraverso la raccolta dei dati: se l'allievo A impiega la metà del tempo rispetto all'allievo B, la velocità dell'allievo A risulterà doppia rispetto a quella dell'allievo B.

Altre relazioni interessanti da studiare per capire come varia una grandezza in funzione di un'altra possono essere proposte nel contesto del mercatino (si veda la pratica didattica "Il mercatino matematico nel secondo ciclo"), analizzando per esempio come varia il prezzo di un certo prodotto in funzione della massa o della capacità. Per fare ciò, il docente fornisce agli allievi il volantino di un supermercato, alla pagina dell'ortofrutta. Se ad esempio le pesche vengono vendute a 4.50 CHF al kg, ci si può chiedere quanto costa mezzo chilo di pesche? Oppure quanto costano 3 kg? E 3,500 kg? O 4,600 kg? Quanti chilogrammi di pesche posso acquistare con 10.– CHF?

Anche in questo caso una rappresentazione tabellare può aiutare (nelle caselle colorate e in corsivo sono inseriti i dati che dovrebbero ricavare gli allievi).

Massa (kg)	Prezzo totale (CHF)
1,000	4.50
0,500	*2.25*
3,000	*13.50*
3,500	*15.75*
4,600	*20.70*
2,222	10.00

Dato il fattore di proporzionalità (prezzo al kg), attraverso domande in cui si fornisce il valore di una variabile e si chiede di ricavare il valore dell'altra, gli allievi studiano in modo empirico una situazione di proporzionalità diretta, svolgendo moltiplicazioni e divisioni con numeri decimali alla loro portata, in un contesto reale.

LA MESSA IN FORMULA E IL "BALBETTIO ALGEBRICO"

A livello comunicativo, il registro algebrico rappresenta un nuovo linguaggio per esprimere concetti e proprietà matematiche, che va costruito con gli allievi a partire da espressioni spontanee. È importante che gli allievi siano chiamati a mettere in relazione diverse rappresentazioni in registri differenti, e in particolare che siano favorite le conversioni tra registro numerico e registro verbale. In questo andirivieni tra linguaggi, l'allievo prova a scrivere in simboli matematici qualcosa che è spiegato a parole e viceversa prova a spiegare con parole sue regolarità e proprietà individuate in situazioni matematiche; ciò dà origine a una sorta di embrionale "balbettio algebrico" (prendendo in prestito l'espressione usata nel progetto ArAl).

Sfide sulla linea dei numeri

Per svolgere questo gioco è necessario avere a disposizione due linee dei numeri (si veda la pratica didattica "La linea dei numeri"), preferibilmente grandi srotolate o tracciate sul pavimento, in modo che i bambini ci possano camminare sopra. Gli allievi vengono divisi in almeno due squadre e viene annunciato che si faranno alcune manche. Per ogni manche, ogni squadra deve decidere l'allievo che si muoverà sulla linea dei numeri, quello che registrerà le mosse fatte, e quello che farà da portavoce del gruppo e dovrà correre dal docente a spiegare in modo chiaro la soluzione. Questi ruoli dovranno essere ricoperti da persone differenti ad ogni manche.

Il docente dichiara, all'inizio della manche, il numero di partenza (su cui l'allievo scelto si dovrà posizionare) e il numero di arrivo (a cui l'allievo dovrà arrivare esattamente, grazie ai consigli dei compagni). L'allievo ha a disposizione due tipi di mosse: quando si sposta in avanti, fa salti di 3, quando si sposta indietro, fa salti di 2. La squadra guadagna un punto se trova una sequenza di mosse per arrivare al numero prestabilito e se si tratta del numero minimo di mosse possibile; un punto extra viene assegnato alla squadra che impiega meno tempo a portare a termine la sfida.

Nella prima manche, per esempio, il docente dichiara come numero di partenza il 5 e come numero di arrivo il 10. Al via, ogni squadra inizia a esplorare una possibile sequenza di mosse per arrivare esattamente al numero 10. Alcune possibilità sono:

- +3 +3 -2 +3 -2
- +3 -2 +3 -2 +3
- +3 +3 +3 +3 -2 -2 -2 -2 -2 +3
- ...

Si lavora così su diversi modi di coprire la distanza +5 usando una combinazione di +3 e -2.

La prima e la seconda sono effettivamente quelle che comportano il minor numero di mosse possibile.

Nella seconda manche si possono cambiare numero di partenza e numero di arrivo (ovviamente per rendere interessante il gioco occorre fare in modo che la distanza da coprire non sia un multiplo di 3). Nelle manche successive, si potrà cambiare anche la lunghezza del salto in avanti e quella del salto indietro.

Una volta terminato il gioco, con allievi del secondo ciclo, si potrà provare a riflettere su come si possano comunicare con simboli matematici le sequenze trovate; ad esempio, per la prima manche si ha:

$$5 = 3 \times (+3) + 2 \times (-2).$$

Pensa a un numero

Il docente intende stupire i propri allievi con giochi di magia numerici. Chiederà loro di pensare a un numero e di eseguire alcune operazioni. Annuncia alla classe che, al termine di queste operazioni, riuscirà a indovinare il risultato ottenuto!

Il docente-mago chiede se c'è un primo volontario e gli impartisce le seguenti istruzioni.

- Pensa a un numero.
- Aggiungi 10.
- Raddoppia il risultato ottenuto.
- Sottrai 4 al risultato ottenuto.
- Dimezza il risultato ottenuto.
- Sottrai il numero che avevi pensato all'inizio.

Ora avviene la magia! Il docente-mago esclama: "*Hai ottenuto 8!*"; in alternativa potrebbe anche sfilare dal taschino una carta che indica il numero 8.

Il prossimo gioco sarà ancora più difficile. Il docente-mago annuncia che questa volta chiederà il risultato ottenuto al termine delle operazioni effettuate e sarà in grado di indovinare il numero pensato dall'allievo all'inizio. Il gioco inizia con un nuovo allievo offertosi volontario a cui il docente impartisce le seguenti istruzioni.

- Pensa a un numero.
- Aggiungi 2.
- Moltiplica il risultato ottenuto per 3.
- Sottrai 6 al risultato ottenuto.
- Dividi il risultato ottenuto per 3.
- Aggiungi 10 al risultato ottenuto.
- Svela il numero a cui sei arrivato.

Al docente-mago basterà togliere 10 al numero dichiarato dall'allievo per trovare il numero che aveva pensato all'inizio.

Anche se solitamente un mago non svela i propri trucchi, questa volta il docente farà un'eccezione. Alla lavagna viene predisposta una tabella con una prima colonna contenente le istruzioni fornite nel gioco e una seconda colonna per tradurre in termini matematici quanto richiesto e l'operazione svolta.

Istruzioni gioco 1	**Operazioni eseguite**
Pensa a un numero.	Visto che ognuno può pensare a un numero diverso, indichiamolo con la parola "NUMERO".
Aggiungi 10.	NUMERO + 10
Raddoppia il risultato ottenuto.	(NUMERO + 10) × 2 = NUMERO × 2 + 10 × 2 = NUMERO × 2 + 20
Sottrai 4 al risultato ottenuto.	NUMERO × 2 + 20 - 4 = NUMERO × 2 + 16
Dimezza il risultato ottenuto.	(NUMERO × 2 + 16) : 2 = NUMERO × 2 : 2 + 16 : 2 = NUMERO + 8
Sottrai il numero che avevi pensato all'inizio.	NUMERO + 8 - NUMERO = **8**

Istruzioni gioco 2	**Operazioni eseguite**
Pensa a un numero.	Lo indichiamo con la parola "NUMERO".
Aggiungi 2.	NUMERO + 2
Moltiplica il risultato ottenuto per 3.	(NUMERO + 2) × 3 = NUMERO × 3 + 2 × 3 = NUMERO × 3 + 6
Sottrai 6 al risultato ottenuto.	NUMERO × 3 + 6 - 6 = NUMERO × 3
Dividi il risultato ottenuto per 3.	NUMERO × 3 : 3 = NUMERO
Aggiungi 10 al risultato ottenuto.	NUMERO + 10

Quando l'allievo svela il suo risultato finale si tratta effettivamente del numero pensato all'inizio aumentato di 10 unità; ecco perché al docente basta sottrarre 10 per trovare il numero pensato inizialmente dall'allievo.

In quest'attività è la spiegazione del trucco a essere interessante per lo sviluppo del pensiero pre-algebrico: in primo luogo, gli allievi devono accettare (fatto non immediato) che il numero pensato si possa chiamare genericamente "NUMERO" (che più tardi si potrebbe anche abbreviare con la lettera "N") e poi devono tradurre frase per frase il linguaggio naturale in linguaggio matematico, individuando le operazioni da eseguire, rispettandone l'ordine e applicandone le proprietà (ad esempio, la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione).

Tabù delle espressioni

Questa attività ricalca il noto gioco del tabù e si svolge a coppie, schiena contro schiena, con un mazzo di carte precedentemente preparato dal docente che i giocatori si passano all'inizio di ogni partita e dal quale pescano una carta da far indovinare al compagno.

Ogni carta presenta un'espressione numerica (ad esempio, 4 × 2 - 6 : 3 + 1) che il giocatore di turno dovrà esprimere verbalmente senza pronunciare però alcune parole che sono indicate sempre sulla carta (nel caso preso in esame, le parole tabù potrebbero essere "meno", "più", "due"). L'allievo potrà quindi provare con "Al doppio di 4, sottrai il risultato di 6 diviso 3 e aggiungi 1" oppure "Considera la differenza tra il doppio di 4 e 6 diviso 3, aumentata di 1". Il compagno dovrà provare a scrivere su un foglio l'espressione numerica così come la capisce dalle parole pronunciate del giocatore di turno. La manche dura al massimo un minuto che si può scandire con l'uso di una clessidra o di un timer. Allo scadere del tempo (o anche prima, se i giocatori ritengono di aver terminato) si confrontano l'espressione scritta sul foglio con quella indicata sulla carta. Se coincidono (a meno dell'uso delle parentesi, che però deve essere corretto), il giocatore di turno prende un punto; se non coincidono, i due allievi individuano l'errore e discutono su come cambiare o interpretare correttamente le parole usate dal giocatore di turno. A questo punto, i giocatori si passano il mazzo, si rimettono schiena contro schiena e i turni si invertono.

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (I CICLO)

L'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali almeno fino a 100 in contesti legati principalmente al quotidiano e sa effettuare ordinamenti, stime, conteggi di raccolte alla sua portata numerica;
- esegue calcoli mentali e mentali-scritti che coinvolgono addizioni almeno fino al 100 e sottrazioni in casi più semplici;
- confronta, classifica e ordina lunghezze legate alla sua realtà ed effettua nel concreto misure per confronto con una grandezza scelta come unità;
- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali, i numeri decimali e le frazioni in contesti reali e ideali; sa ordinare i numeri naturali e decimali;
- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali e sa effettuare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;
- ricava e interpreta informazioni da tabelle e grafici; elabora, interpreta e rappresenta insiemi di dati forniti o ricercati;
- confronta, classifica e ordina le più comuni grandezze ed effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali ancorate nel concreto;
- determina misure significative delle principali figure del piano;
- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri.

COLLEGAMENTI CON ALTRE DISCIPLINE


Area lingue


Studio dell'ambiente


Area motricità

COMPETENZE TRASVERSALI

- Comunicazione (identificazione scopo e destinatario, ideazione-pianificazione, elaborazione, revisione, atteggiamento comunicativo, sensibilità al contesto).
- Pensiero riflessivo e critico (analisi/comprensione, ricerca delle connessioni, interpretazione/giudizio, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).
- Pensiero creativo e problem solving (messa a fuoco del problema, formulazione di ipotesi, attivazione strategie risolutive, autoregolazione, atteggiamento positivo, sensibilità al contesto).