

CERCHI, CIRCONFERENZE, ELLISSI

Ambiti disciplinari: Geometria; Grandezze e misure.



Riconoscere il cerchio, la circonferenza e l'ellisse nel mondo reale. Individuare gli elementi e le caratteristiche del cerchio, della circonferenza e dell'ellisse.

Misurare intuitivamente la lunghezza di circonferenze e l'area di cerchi.

Sapersi esprimere con un linguaggio geometrico appropriato.



Cerchio e circonferenza; lunghezza in generale; area in generale.

A partire da esperienze ludiche legate al reale come i giochi in cerchio, in questa pratica vengono proposte con gradualità esperienze legate a particolari figure del piano: cerchi, circonferenze ed ellissi. Dopo aver identificato gli elementi del cerchio e le sue caratteristiche, riconoscendo la circonferenza come contorno del cerchio, si propone di tornare a osservare il reale con occhi diversi, gli "occhi della matematica", e ad assegnare nomi e caratteristiche ai diversi og-

getti con cui ci si confronta. Successivamente si propongono delle attività di costruzione, prima utilizzando la piegatura della carta, poi strumenti da disegno sempre più raffinati che vanno da filo e puntina fino all'uso del compasso. Infine, si propongono alcune attività relative al riconoscimento e alla costruzione dell'ellisse e altre incentrate sull'avvicinamento al calcolo del perimetro e dell'area del cerchio.



Mettiamoci in cerchio

Per iniziare a lavorare sul cerchio si possono esplorare intuitivamente le sue caratteristiche partendo dalla semplice richiesta: "*Mettiamoci in cerchio*". Dopo aver formato la catena con i corpi si può riflettere sulle caratteristiche della curva che si crea e sulla sua grandezza, che può variare non solo a seconda del numero di persone coinvolte, ma anche dalla posizione che assumono, per esempio distendendo le braccia o accostandosi spalla contro spalla.

Successivamente, si possono proporre i tradizio-

nali giochi in cerchio che gli allievi sono abituati a svolgere fin dalla scuola dell'infanzia, come il noto "Uovo marcio": i bambini si posizionano in cerchio seduti con le mani dietro la schiena, uno di loro percorre il cerchio esternamente con un oggetto in mano (ad esempio un fazzoletto o un uovo di polistirolo) fino a quando lo fa cadere nelle mani di un compagno; chi riceve l'uovo marcio si alza e inizia a correre percorrendo esternamente tutto il contorno del cerchio di bambini nella direzione opposta a quella percorsa dal compagno, cercando di riuscire a raggiungere il proprio posto e a risedersi per primo.



Se il bambino che inizialmente percorreva il cerchio riesce a sedersi prima del compagno, sarà quest'ultimo a diventare il detentore dell'uovo marcio e a iniziare a percorrere il cerchio. Se uno dei due bambini sbaglia qualcosa: ad esempio si siede in un posto sbagliato, oppure correndo perde l'oggetto, si deve posizionare "in padella" al centro del cerchio e rimarrà in quella posizione fino a quando un compagno non sbaglierà qualcosa e prenderà il suo posto "in padella".

Dopo aver giocato varie volte, si potrebbe riflettere tutti insieme sui vari aspetti emersi, come utilità di non posizionarsi fuori posto per non ostacolare i compagni che corrono attorno al cerchio o per non avvantaggiarsi nella partenza della corsa, sulla forma della catena che hanno creato con i corpi, sulla posizione che si ricopre al suo interno quando si sta "in padella" (centro del cerchio) ecc.

Un altro gioco che si può proporre è quello del "Groviglio": i bambini chiudono gli occhi e tendono le braccia in avanti avvicinandosi al centro del cerchio, poi prendono due mani qualsiasi anche di compagni diversi, creando così un groviglio; in seguito, aprono gli occhi e cercano di sciogliere il groviglio delle braccia, senza lasciare le mani dei compagni e cercando di formare un cerchio. A seconda di come i bambini si sono inizialmente presi per mano alla cieca si possono creare vari cerchi. I giochi basati sul mettersi in cerchio vertono sul significato della parola *cerchio* inteso in senso comune, ossia come punti di un contorno con determinate caratteristiche; si scoprirà tramite attività successive che in ambito matematico questo contorno si chiama *circonferenza*.



La rete dei pescatori

Un gioco che si può proporre per considerare anche i punti interni del cerchio può essere "La rete dei pescatori". Si creano due gruppi: uno che forma un cerchio senza tenersi per mano, la "rete", e uno che rimane all'esterno del cerchio, i "pesci". Il gruppo che costituisce la rete si mette d'accordo in segreto su un numero e comincia a contare ad alta voce a partire da 1. Il gruppo che costituisce i pesci cammina liberamente per lo spazio a disposizione, dentro e fuori dal cerchio. La parte fuori dal cerchio rappresenta l'"area franca" nella quale si può rimanere al massimo per un numero di secondi stabilito a priori. Arrivati tramite la conta al numero convenuto, i giocatori che costituiscono la rete chiuderanno il cerchio dandosi la mano; tutti i compagni che vengono intrappolati nella rete vengono presi e vanno ad aggiungersi ai componenti del cerchio-rete. Anche in questo caso si consiglia di impostare una discussione con i bambini alla fine del gioco, riflettendo sulle zone delimitate dalla catena e sulle difficoltà crescenti per i giocatori-pesci al progredire del gioco, quando il cerchio diventa molto esteso e l'"area franca" sempre più piccola.



I contesti d'uso

Risulta interessante riflettere con gli allievi sui diversi contesti d'uso della parola *cerchio*. A questo scopo si può chiedere agli allievi se hanno mai sentito questa parola, dove l'hanno sentita, in quale contesto. Questa può essere l'occasione per condividere diverse concezioni e usi della parola *cerchio* citando:

- oggetti fisici che hanno questa forma ("orecchini a cerchio", "il cerchio come attrezzo della ginnastica ritmica", "il cerchio con cui giocavano i nostri nonni");
- forme assunte dalla disposizione delle persone ("disporsi in cerchio", "ballare in cerchio", "fare cerchio intorno a qualcuno");
- configurazioni di oggetti ("il cerchio delle mura della città", "il cerchio dei monti");
- configurazioni in movimento ("muoversi in cerchio", "la manovra aeronautica acrobatica del cerchio della morte");
- sensazioni fisiche ("avere un cerchio alla testa");



- modi di dire (“dare un colpo al cerchio e uno alla botte”, “cerchio vicino, acqua lontana, cerchio lontano, acqua vicina”);
- metafore (“il cerchio dei sospetti”, “chiudere il cerchio”);
- rappresentazioni grafiche (“cerchio magico”, “cerchio di perline”);
- luoghi (“cerchio di luce/ombra”);
- e altre espressioni che contengono la parola *cerchio*.

Si possono quindi distinguere le diverse frasi individuando, ad esempio, quelle che si riferiscono a oggetti circolari (come gli orecchini a cerchio) da quelle che invece richiamano solamente qualcosa di circolare (come il cerchio delle mura) ecc. Tra i diversi contesti d'uso del termine *cerchio* vi è anche quello matematico, con le sue specifiche caratteristiche. Per capirne il significato occorre distinguere due oggetti geometrici: la *circonferenza* che è data da tutti i punti che si trovano alla stessa distanza da un punto detto centro e *cerchio* che è formato dalla parte di piano interna a una circonferenza e dalla circonferenza stessa. Si nota dunque che, per una stessa figura piana, esistono due termini distinti: *cerchio* e *circonferenza*, e questo avviene solo per questa figura.



Tutti alla stessa distanza da me

Per lavorare con il corpo sulle caratteristiche della circonferenza e del cerchio si possono svolgere diverse attività in palestra o in cortile. Ad esempio, arrivati in un luogo ampio, il docente può chiedere agli allievi: “Disponetevi tutti alla stessa distanza da me”. Ci si aspetta che inizialmente tentino di posizionarsi tutti nello stesso punto, poi alcuni allievi proveranno a disporsi su una fila, uno accanto all'altro, mentre altri cominceranno a disporsi a formare un cerchio. Durante l'attività si possono proporre diversi metodi per verificare che la disposizione scelta coincida con la richiesta fatta. Ad esempio, i bambini potrebbero decidere di incaricare uno di loro di verificare che gli altri si trovano tutti a un certo numero di passi dal docente; risulterà chiaro osservare quando la disposizione non permette di percorrere sempre gli stessi passi tra docente e allievo. Si può poi chiedere loro come si potrebbe verificare in modo preciso che tutti effettivamente siano posizionati alla stessa distanza. Questo potrebbe avvenire ad esempio con l'ausilio di un oggetto rigido (tipo un bastone) o di una corda



L'aiuola

Dopo aver provato in prima persona a disporsi in modo da mantenere la stessa distanza dal docente, si può proporre la costruzione di una grande circonferenza intorno a un oggetto fisso. Una significativa attività che si può proporre all'aperto consiste nel chiedere come costruire un'aiuola circolare intorno a un albero, in modo che il recinto stia sempre alla stessa distanza dall'albero (o analogamente che l'albero rimanga esattamente al centro dell'aiuola). È interessante far sperimentare agli allievi diversi materiali per la progettazione e la costruzione dell'aiuola: oltre alle corde, anche il materiale che si trova nel sottobosco come legnetti o pietre può risultare utile alla sperimentazione. Con gli allievi si può poi riflettere su come e dove vengono disposti i materiali e su quale sia il metodo più efficace alla costruzione dell'aiuola.



Tracciare circonferenze

Riprendendo le attività svolte in precedenza, e in particolare la verifica con la corda presentata nell'attività “Tutti alla stessa distanza da me”, si può proporre agli allievi di disegnare la circonferenza utilizzando un bastone, una corda e un gesso o pennarello. Per introdurre l'attività si può ascoltare la storia “[Una straordinaria figura](#)” sull'origine della costruzione della circonferenza, rientrante nella raccolta di storie “Un mondo di figure”.

Dopo aver letto o ascoltato la storia si può proporre agli allievi di replicare il metodo del protagonista, Amil. Prima in grande, ad esempio in cortile utilizzando un bastone come perno, una corda e dei gessi o pennarelli. I bambini potrebbero lavorare a coppie: uno tiene fisso il bastone a cui è legata un'estremità della corda, l'altro tiene l'altra estremità dove è legato il gesso o il pennarello e, tenendo ben tesa la corda, gira in-



torno al compagno tracciando a terra la circonferenza. A seconda della lunghezza della corda si potranno disegnare circonferenze di diverse dimensioni. Successivamente si possono proporre delle attività simili in classe chiedendo di disegnare una circonferenza su un foglio utilizzando una puntina, un filo di lana e la matita. Analogamente a quanto fatto in grandi dimensioni, si possono annodare le estremità del filo alla puntina e alla matita oppure utilizzare il filo chiuso con un cappio e disposto intorno alla puntina, così che la matita possa essere disposta al suo interno per tracciare la circonferenza. Anche in questo caso, a seconda della lunghezza del filo si potranno rappresentare circonferenze di diverse dimensioni. Le attività appena descritte possono essere accompagnate dalla scheda per gli allievi "Disegni di cerchi".

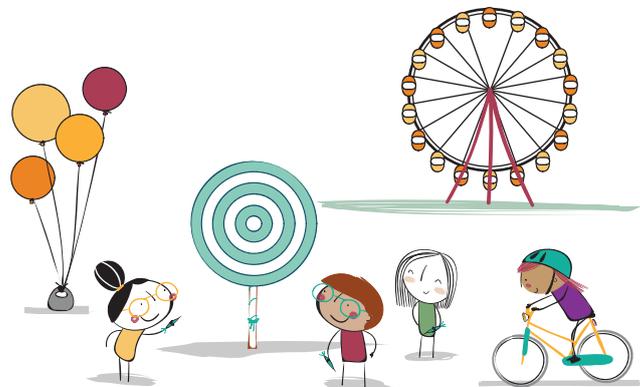


Caccia al cerchio

Dopo aver lavorato sulle caratteristiche del cerchio e della circonferenza e dopo averli costruiti con il filo, si può proporre una caccia al cerchio nella realtà, seguendo modalità analoghe a quelle descritte nella pratica didattica "A caccia di numeri". Le schede per gli allievi "Caccia alle figure 1" e "Cerchi in fiera" possono essere proposte per sollecitare la caccia ai cerchi, oppure successivamente per consolidare le scoperte fatte.

Inizialmente, si può chiedere agli allievi di cercare diversi cerchi in oggetti e situazioni che possono poi essere fotografati dal docente, facendo attenzione al punto di vista da cui vengono scattate in modo che in fotografia non risultino delle ellissi. I ritagli delle fotografie si potranno usare successivamente per diverse attività come l'ordinamento in base alla lunghezza del diametro,

la costruzione di bersagli con cerchi concentrici, il collage di figure ecc. Si prestano particolarmente alla caccia al cerchio le opere d'arte, dalle più astratte, come le opere di Kandinskij, alle più realistiche, come le opere di Giotto.



Contorni di oggetti

Durante la caccia al cerchio si sono incontrati diversi oggetti che hanno parti costituite da cerchi. Si possono considerare questi oggetti per ricalcare dei cerchi su foglio, riflettendo con gli allievi sulle caratteristiche dell'oggetto che permettono di ottenere questa determinata forma. Un'attività che può essere svolta in contemporanea all'osservazione degli oggetti è la stampa dei solidi (si veda la pratica didattica "Dallo spazio al piano (e viceversa) nel primo ciclo") utilizzando i modellini con cui si è lavorato in precedenza. I bambini potrebbero infatti riflettere su quali solidi permettono di realizzare dei cerchi dalla loro stampa: il cono e il cilindro, entrambi solidi di rotazione. Ciò però non è possibile con la sfera rigida, ma se si mettono a disposizione delle sezioni di una sfera o delle palle in gomma-piuma si possono ottenere cerchi premendole.

I ricalchi e le stampe dei solidi possono essere ritagliati e utilizzati in diversi modi, dalla creazione di collages più o meno liberi (ad esempio riproducendo un personaggio o un paesaggio composto da cerchi), al loro ordinamento in base alla loro dimensione, alle composizioni in cerchi concentrici ecc. I cerchi inoltre possono essere utilizzati nelle attività di tassellazione (si veda la pratica didattica "Tassellazioni del piano" e la scheda per gli allievi "Pavimenti storici") come esempio di tassello con cui non è possibile ricoprire il piano senza lasciare parti di piano vuote o senza sovrapporre le figure.





Come Giotto

Dopo aver lavorato alla realizzazione di cerchi con il filo si può raccontare una delle leggende intorno alla figura di Giotto. Si narra infatti che per ottenere un contratto come artista da Papa Bonifacio VIII dipinse un cerchio perfetto a mano libera. Partendo da questo racconto si possono sfidare gli allievi a “fare come Giotto”, organizzando una gara di disegno. Nello svolgimento della gara si possono lasciare diverse possibilità come quella di disegnare direttamente alla lavagna, su fogli appesi al muro, disposti per terra o classicamente sui banchi; potrebbero emergere dai bambini diverse strategie per realizzare il compito come la possibilità di disegnare un cerchio ruotando il braccio teso o su sé stessi. Si potrà poi valutare quale sia il cerchio riuscito meglio riflettendo insieme sulle caratteristiche che portano a decretare il disegno di un cerchio migliore di un altro. Le varie tecniche utilizzate andranno poi condivise e sperimentate da tutti.

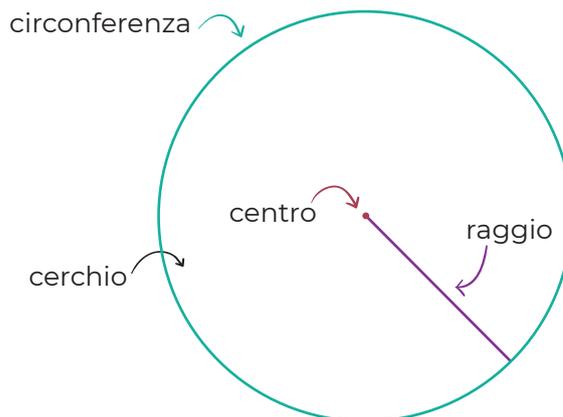


Diamo un nome ai diversi elementi

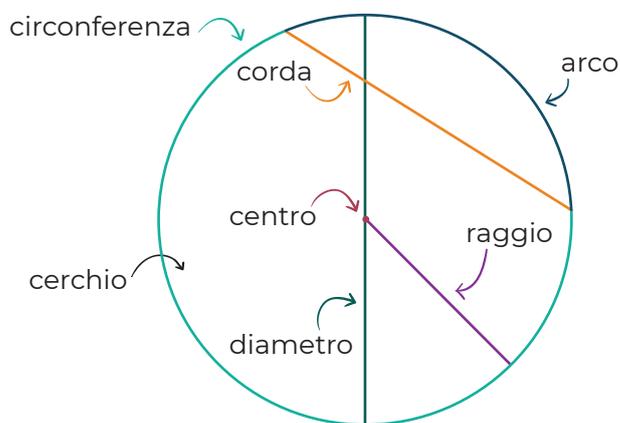


Dopo aver lavorato alla costruzione della circonferenza si può introdurre la nomenclatura: la matita (o il gesso) ha tracciato una linea curva semplice e chiusa, chiamata *circonferenza*; la linea e la parte di piano delimitata dalla circonferenza si chiama appunto *cerchio*;

il filo rappresenta il *raggio* del cerchio; la puntina che faceva da perno e che ha creato un buco nel foglio, si chiama *centro*. Si possono recuperare questi elementi anche nei disegni realizzati in grande nel cortile o nelle attività svolte con il corpo. Ecco che quando i bambini si sono disposti tutti alla stessa distanza dal docente nell'attività “Tutti alla stessa distanza da me” erano disposti lungo la circonferenza, e la corda che è stata usata per verificare la loro posizione rappresentava il raggio, e il docente era posizionato nel centro del cerchio! Per lavorare sulla nomenclatura si può proporre inoltre la scheda “Raggi e diametri”.



Successivamente, si possono specificare anche altri nomi come *corda*, *diametro*, *arco* ecc. che possono essere ripresi in attività successive e approfondite tramite alcune filastrocche tratte dal libro “Il cerchio quadrato” di Luca Tozzi (2018).



Giochi in cerchio e nuova nomenclatura

Dopo aver lavorato sulla costruzione del cerchio e aver scoperto la sua nomenclatura specifica, si possono proporre nuovamente i giochi in cerchio con lo scopo di utilizzare la nomenclatura matematica appena trattata. Si può quindi chiedere agli allievi se la frase “Mettiamoci in cerchio” è davvero appropriata in ambito matematico o come si potrebbe esprimere utilizzando il linguaggio specifico. Ci si aspetta quindi che alcuni di loro propongano l'affermazione “Mettiamoci in circonferenza”, oppure che nel gioco uovo marcio il bambino “in padella” dica piuttosto di essere posizionato nel centro del cerchio. Riprendendo il gioco “La rete dei pescatori” si può inoltre riflettere sul fatto che quando i pesci vengono presi si trovano nel cerchio delimitato dalla rete-circonferenza composta dai bambini.



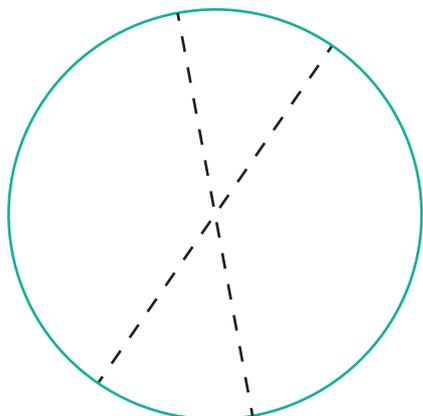
E così via per i diversi giochi che sono stati proposti.

Risulta importante continuare a vivere il cerchio con il corpo con la consapevolezza dei suoi elementi e della loro nomenclatura. Utilizzando per esempio i disegni realizzati a terra si può chiedere agli allievi di percorrere la circonferenza, oppure di posizionarsi in tutta la parte di piano delimitata dalla linea chiusa e muoversi al suo interno percorrendo tutto il cerchio. Si possono inoltre proporre dei giochi con la palla posizionata in cerchio, sfidare gli allievi a passarsi la palla in modo che percorra la circonferenza, diversi diametri del cerchio, diverse corde, o diversi raggi (momento in cui un allievo si può posizionare al centro) ecc.



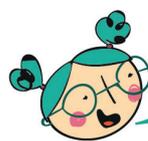
Elementi del cerchio con le pieghe

È possibile consegnare un cerchio di carta agli allievi e sfidarli a individuare con precisione il suo centro. Si consiglia di prevedere di avere a disposizione diversi cerchi in modo che gli allievi possano provare a realizzare le pieghe per individuare il centro, avendo la possibilità di provare e sbagliare diverse volte. Tramite i vari tentativi si visualizzeranno delle corde (segmenti che hanno come estremi punti della circonferenza) e fra queste dei diametri (corde che passano per il centro del cerchio), che sono anche degli assi di simmetria. Una sfida successiva può essere quella di trovare il centro del cerchio realizzando il minor numero di pieghe possibili: è proprio l'incontro di due diametri diversi (non necessariamente perpendicolari) che identifica il centro del cerchio.



Dopo aver lavorato con la piegatura della carta si può sfruttare l'attività per mettere di nuovo a fuoco la nomenclatura del cerchio, colorando al-

meno un esempio di corda, di diametro, di raggio e il centro. La scheda "Sfide di cerchi" si può proporre all'inizio dell'attività, per incentivare l'esplorazione e la piegatura della carta o alla fine per ricapitolare le scoperte effettuate.



Vediamo chi di noi due riesce a trovare il centro del cerchio con il minor numero di pieghe e nel minor tempo possibile.

Che bella idea!
Proviamoci!
Pronti... via!



Origami dal cerchio ai poligoni regolari

A partire dal cerchio si possono ottenere diverse figure del piano attraverso la tecnica degli origami. La piegatura del cerchio permette, da una parte di soffermarsi sui nomi e sulle caratteristiche degli elementi che vengono coinvolti (centro, corda, circonferenza ecc.) e dall'altra di nominare ed eventualmente descrivere le diverse figure che si ottengono.

Si può scegliere di fornire le indicazioni delle pieghe verbalmente, accompagnandole eventualmente con un esempio agito, in modo figurale o integrando insieme i vari canali comunicativi. Ciò dipenderà dalla dimestichezza degli allievi con questo genere di attività e dalla loro competenza nel comprendere il lessico specialistico. Per un approfondimento sulle attività con gli origami si veda la pratica didattica "Un mondo di origami". Inoltre, la scheda "I cerchi di Camilla" può essere proposta come stimolo per l'esplorazione della piegatura della carta. Di seguito si riportano alcune fasi degli origami che è possibile seguire per ottenere poligoni regolari a partire da un cerchio (per un approfondimento si veda la pratica didattica "Poligoni regolari").

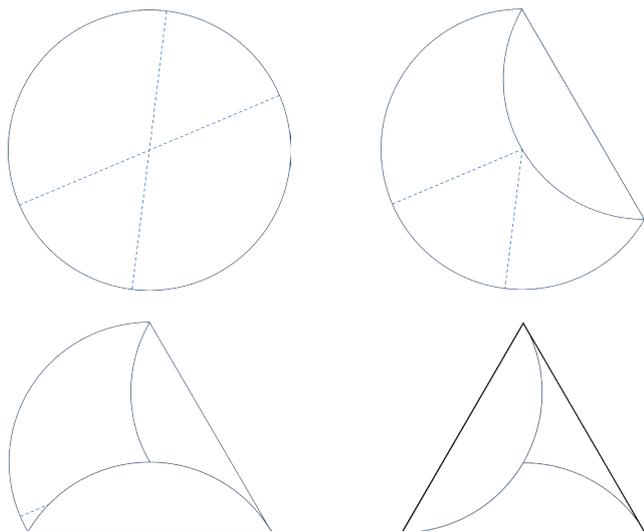
Triangolo equilatero ed esagono regolare

Per ottenere un triangolo equilatero si possono seguire le seguenti indicazioni:

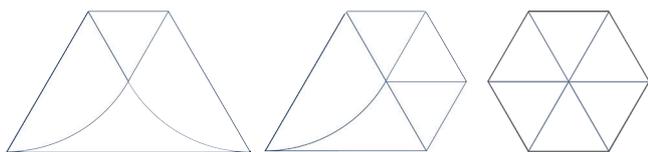
- Si parte da un foglio a forma di cerchio e si individua il centro, facendo due pieghe che corrispondono a due diametri (assi di simmetria).



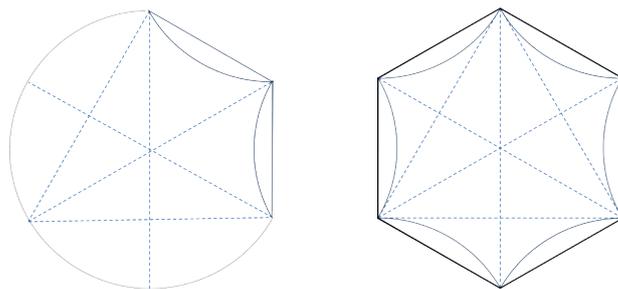
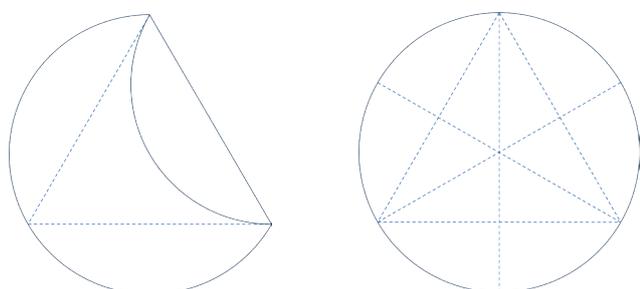
- Si crea una piega, che corrisponde a una corda del cerchio, in modo che un punto sulla circonferenza vada a coincidere con il centro.
- Da un estremo della corda ottenuta, si fa partire una nuova corda facendo sempre in modo che un punto della circonferenza vada a coincidere con il centro.
- Due estremi delle corde precedenti devono ora diventare anche gli estremi di una nuova corda che permette di individuare un *triangolo equilatero*.



A partire dal triangolo equilatero così ottenuto si può realizzare un *esagono regolare* facendo in modo che i tre vertici del triangolo coincidano con il centro del cerchio di partenza.



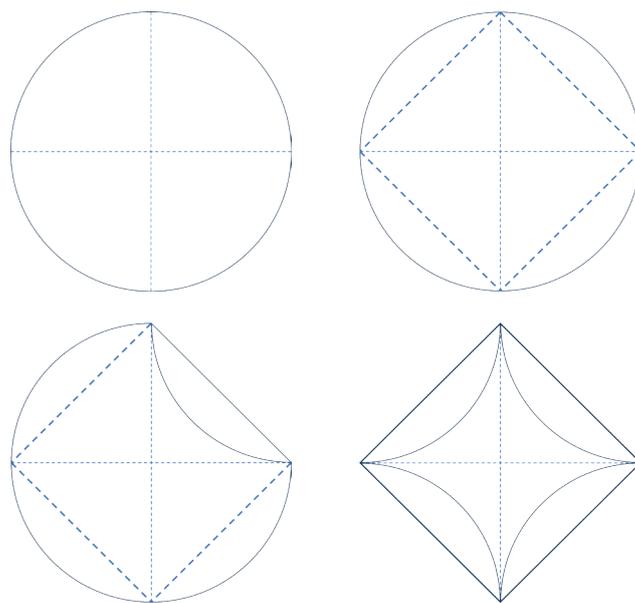
Si può ottenere l'esagono anche riaprendo il triangolo equilatero ottenuto in precedenza e piegando a metà le corde identificate come lati del triangolo. Si otterranno così dei diametri perpendicolari ai lati del triangolo. Si potranno così visualizzare sei punti sulla circonferenza che saranno i vertici di un esagono regolare. Per poterlo visualizzare è sufficiente realizzare delle pieghe che abbiano come estremi i punti identificati. Ottenute le sei corde si potrà visualizzare l'esagono regolare.



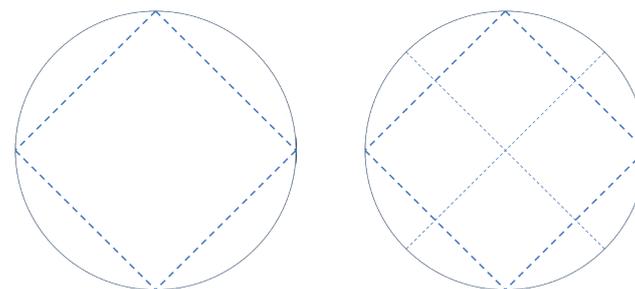
Analogamente alla costruzione dell'esagono regolare, si può realizzare il dodecagono regolare, un poligono regolare a 24 lati ecc., raddoppiando il numero di lati fino alla capacità di piegatura della carta.

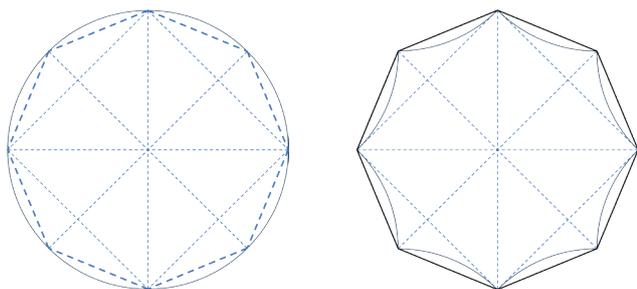
Quadrato e ottagono regolare

Per ottenere un quadrato è sufficiente piegare il cerchio lungo due diametri perpendicolari tra loro. Le piegature identificano quattro punti sulla circonferenza, che saranno i vertici del quadrato. Piegando lungo le corde che hanno questi punti come estremi si ottiene un *quadrato*.



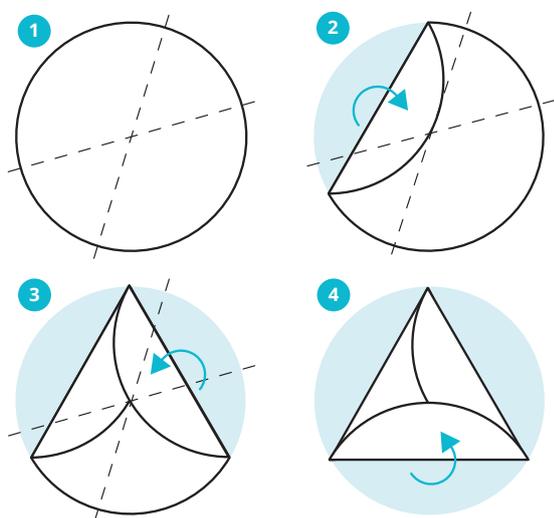
Analogamente a quanto illustrato per l'esagono, piegando a metà le corde e ripetendo la procedura si ottiene un *ottagono regolare* e successivamente un poligono regolare con 16 lati.



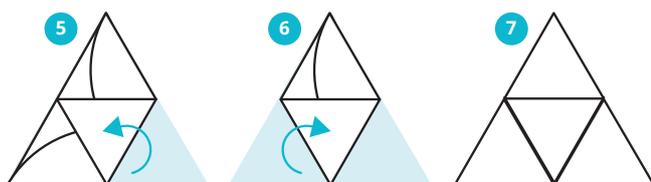


Origami dal cerchio allo spazio

Un facile origami per ottenere sia figure del piano sia figure dello spazio partendo dal cerchio è il seguente. Si parte realizzando un triangolo equilatero come descritto nella proposta precedente "Origami dal cerchio ai poligoni regolari".

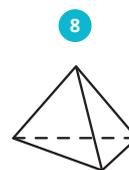


Si piega poi il triangolo in modo che un suo vertice coincida con il punto medio del lato opposto, ottenendo così un trapezio isoscele. Si guarda ora il trapezio dalla parte delle pieghe per individuare tre triangoli equilateri congruenti e si sovrappone uno di questi triangoli sopra a quello centrale, ottenendo così un rombo. Se ora si piega anche il terzo triangolo sugli altri due, si ottiene un altro triangolo equilatero, simile a quello iniziale.

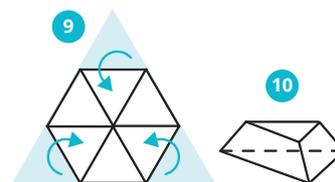


In questo triangolo si possono osservare le pieghe che si sono create al suo interno: possiamo notare lo sviluppo di una piramide triangola-

re, addirittura regolare. Si passa poi allo spazio "chiudendo" lo sviluppo: ecco apparire una magnifica piramide.



Ma non è finita qui. Se si torna al triangolo equilatero maggiormente esteso e si fa in modo che ogni suo vertice coincida con il centro di rotazione del triangolo, si ottiene un esagono. Con queste ultime tre pieghe si sono individuati tre triangolini sovrapposti all'esagono, per ciascuno dei quali si può notare all'interno una "taschina". Si inseriscono i triangolini l'uno dentro l'altro, ottenendo così un magnifico tronco di piramide (per i bambini più piccoli, una bella scatola).



Composizioni e scomposizioni con parti di cerchi

Dopo aver lavorato con il cerchio e aver identificato e nominato diversi suoi elementi e caratteristiche, si possono proporre delle attività utilizzando parti di cerchio: segmenti circolari, ricavati dal taglio del cerchio lungo una corda e settori circolari ricavati dal taglio del cerchio lungo due raggi. Dopo aver fornito agli allievi settori e segmenti circolari ricavati da cerchi di diverse dimensioni si possono proporre diverse attività di composizione e scomposizione artistica: prima liberamente, gli allievi possono creare figure, paesaggi, personaggi, opere d'arte astratte, successivamente si può chiedere di riprodurre una determinata immagine cercando di mantenere le sue forme.

In seguito, si può lavorare in modo più approfondito sulle varie parti di cerchio, iniziando dalla creazione dei segmenti circolari e dei settori circolari, osservando dove vengono effettuati i tagli del cerchio e sfruttando l'occasione per nominare le diverse parti in gioco. In un secondo momento, si può proporre una sfida: date diverse parti di cerchio ricavate da cerchi di diverse di-



mensioni su cartoncino dello stesso colore, provare a ricomporre i cerchi di partenza riflettendo su quali caratteristiche permettono di identificare i diversi pezzi e su quali bisogna focalizzare l'attenzione per poter ricomporre la figura.



Settori circolari e cappelli

Un'attività che si può realizzare a partire da settori circolari è la realizzazione di cappelli a forma di cono. Si può partire mostrando dei modellini di cappelli preparati in precedenza e dei settori circolari uguali a quelli che sono



stati utilizzati per costruire i cappelli (nell'**Allegato** si trovano tre modelli diversi che permettono di costruire un cappello alto e stretto, uno di media altezza e uno basso e largo). In un primo momento si potrebbe chiedere agli allievi di associare ogni modellino al settore circolare da cui è stato ricavato, riflettendo su quali caratteristiche permettono di identificare la coppia e sulle analogie e differenze con il modellino di un cono: il cappello, infatti, a differenza del cono, non presenta il cerchio che lo renderebbe impossibile da indossare ma che si può immaginare osservando il suo contorno. Gli allievi possono poi ritagliare e chiudere i settori circolari fissandoli ad esempio con nastro biadesivo e ottenendo così ciascuno il proprio cappello. Per iniziare l'attività e motivare gli allievi alla scelta dei settori circolari si può proporre la scheda "Tanti cappelli".

Successivamente, si possono costruire dei settori circolari personalizzati decidendone le dimensioni in base alla forma del cappello che si vorrebbe possedere. I diversi cappelli potrebbero poi essere indossati in una sfilata di cappelli o completati con l'aggiunta del cerchio, così da ottenere modellini di cono di diverse dimensioni.



Compasso e mandala

Quando si decide di consegnare il compasso ai bambini si possono svolgere diverse attività analoghe a quelle proposte in precedenza con bastone, corde e gessi (o puntina, filo e matita).

In un primo momento è importante che si facciano attività per affinare la manualità e l'uso dello strumento, realizzando cerchi di diverse dimensioni. Successivamente è possibile chiedere di realizzare delle composizioni di cerchi o dei mandala spontanei. Dopo un primo momento di esplorazione libera in cui i bambini cambiano a piacere il punto di appoggio (centro) e l'apertura del compasso (raggio), si potrebbero proporre dei vincoli del tipo: dato un punto realizzare una serie di cerchi variando solamente l'apertura del compasso, ottenendo così dei cerchi concentrici, oppure dato un cerchio realizzare una serie di cerchi puntando sempre il compasso sulla circonferenza del primo e variando l'apertura, o ancora mantenere sempre la stessa apertura del compasso e realizzare cerchi puntando il compasso in punti diversi del foglio ecc. Si potrebbero in seguito fornire indicazioni sempre più puntuali come proporre di realizzare due cerchi in modo che il secondo si ottenga puntando il compasso sulla circonferenza del primo e mantenendo la stessa apertura, oppure di continuare un disegno creando diversi cerchi puntando ogni volta nelle intersezioni dei cerchi già realizzati e mantenendo sempre la stessa apertura ecc.

Al termine delle richieste si può chiedere agli allievi di riflettere sulle caratteristiche delle circonferenze disegnate. Queste esplorazioni infatti risultano essere utili anche per comprendere diverse funzioni del compasso come il fatto che si possa usare per riportare lunghezze sul foglio. Dopo essersi allenati con l'uso del compasso si può chiedere di utilizzare le diverse tecniche apprese per realizzare un mandala che poi potrà essere colorato. Anche nelle richieste rispetto al colore si possono proporre dei vincoli come rispettare le simmetrie o il gioco del risparmio del colore ecc. Successivamente si possono introdurre ulteriori vincoli chiedendo di realizzare determinati archi per tracciare, ad esempio, il contorno di un semicerchio o di un quarto di cerchio.

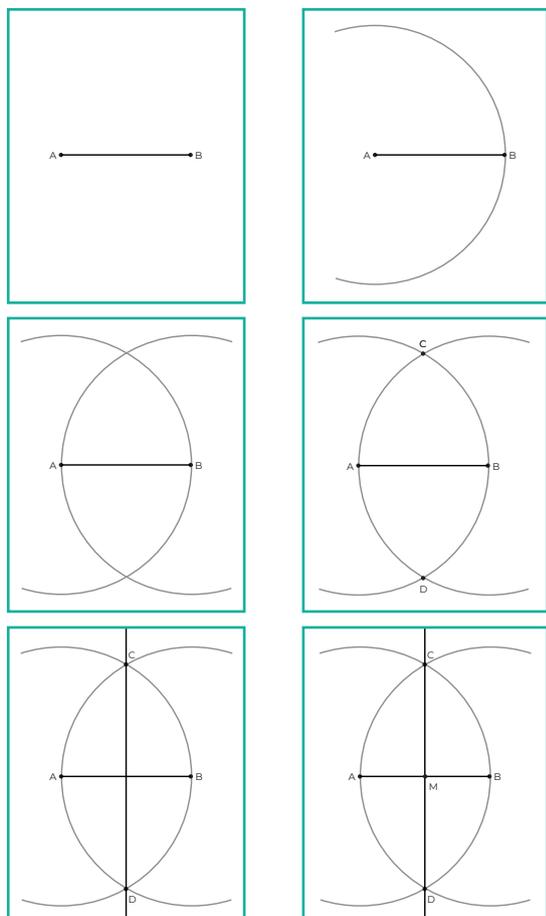




Da un segmento a un cerchio

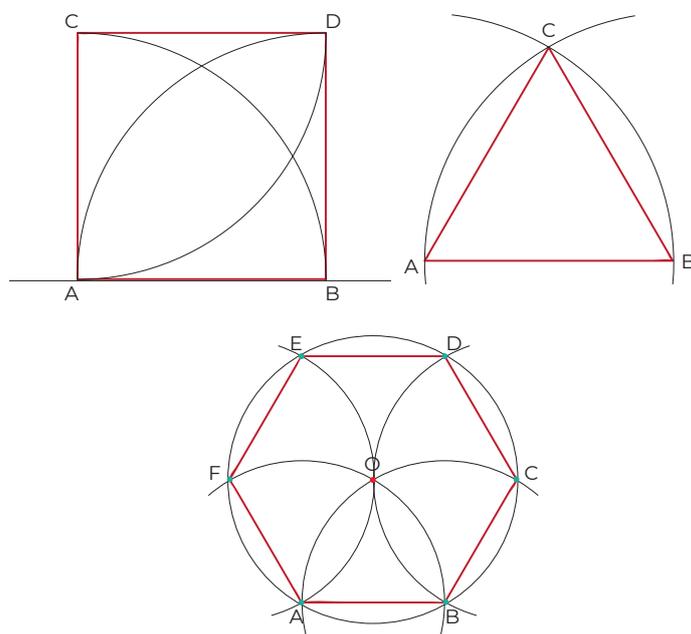
Dopo aver sperimentato con il compasso si possono proporre delle attività di costruzione di cerchi a partire da specifici elementi. Ad esempio, fornendo un segmento si può chiedere come userebbero il compasso per disegnare una circonferenza che abbia il raggio della stessa lunghezza. I bambini potrebbero decidere di puntare il compasso in uno degli estremi del segmento aprendolo a toccare l'altro estremo, oppure potrebbero aprire il compasso come il segmento e puntarlo in un punto diverso del foglio. In un secondo momento si potrebbe proporre un altro segmento chiedendo di realizzare una circonferenza che abbia il diametro della lunghezza di quel segmento. In questo caso per riuscire a disegnarla i bambini dovrebbero individuare il punto medio del segmento per capire la lunghezza del raggio ed eventualmente la posizione del centro della circonferenza se realizzata intorno al segmento dato.

A partire da queste esperienze si potrebbero introdurre semplici costruzioni con riga e compasso come, ad esempio, la costruzione dell'asse di un segmento o del punto medio del segmento.



Costruzioni con riga e compasso

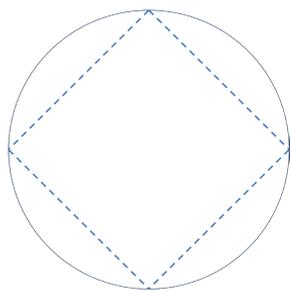
Le prime esperienze con il compasso sono utili per arrivare gradualmente al suo utilizzo per realizzare le prime costruzioni geometriche come quelle dei poligoni regolari (per le istruzioni si veda la pratica didattica "Poligoni regolari"). L'intreccio di circonferenze e archi di circonferenze, che fino a questo momento è stato considerato più a livello artistico, diventa importante per identificare dei particolari punti sul piano, i vertici del poligono regolare cercato. La scheda "I poligoni di Margherita" può essere proposta in accompagnamento alle attività di costruzione con riga e compasso.



Poligoni inscritti in una circonferenza

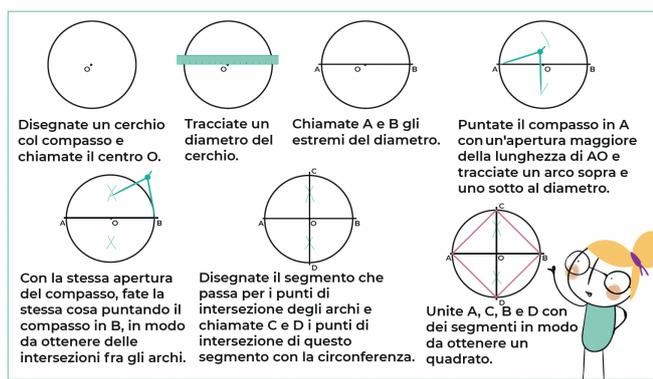
Le attività di costruzione con riga e compasso e le attività di piegatura della carta per la costruzione di poligoni hanno messo in evidenza alcune possibili relazioni tra cerchio e poligoni e in particolare l'esistenza di poligoni inscritti in una circonferenza, ovvero con tutti i vertici appartenenti alla stessa circonferenza. Riprendendo le attività di piegatura della carta, ad esempio, si possono infatti osservare sia i poligoni nelle pieghe, sia la circonferenza di riferimento e le loro relazioni. Pensando alla costruzione del quadrato, ad esempio, riaprendo il foglio si possono notare le pieghe che identificano il suo contorno che incidono in punti della circonferenza del cerchio di partenza; il quadrato così formato risulta quindi inscritto nella circonferenza.





Si possono identificare meglio i lati del poligono e la circonferenza evidenziandoli con un colore o marcadoli con del filo colorato. È anche possibile creare un quadrato di cartoncino congruente a quello che si visualizza all'interno del cerchio da disporre sopra al cerchio e unire con una punta di Parigi posizionata in corrispondenza del centro. Si ottiene così una bella "girandola geometrica". Si possono poi realizzare girandole per vari poligoni regolari, che risultano quindi inscrivibili nella circonferenza.

Anche con il compasso si possono costruire dei poligoni inscritti nella circonferenza, come viene proposto nella scheda per gli allievi "I poligoni di Margherita".

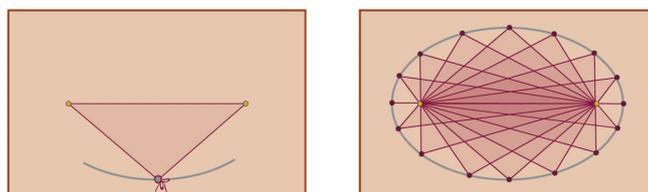


L'ellisse del giardiniere

Dalle attività di caccia al cerchio, e a seconda della prospettiva utilizzata per fotografare gli oggetti, è possibile che si siano identificate figure diverse dal cerchio, ma sempre delimitate da linee curve chiuse semplici chiamate *ellissi*. Analogamente a come è stato fatto per il cerchio, si può realizzare un'ellisse in grandi dimensioni utilizzando questa volta due bastoni, una corda e un gesso o pennarello. Mentre per il cerchio si poteva utilizzare una corda piegata a metà e annodata al bastone, in questo caso si possono annodare le estremità della corda a due bastoni disposti a una certa distanza l'uno dall'altro e che vengono tenuti fissi a terra da due allievi. Occorre fare attenzione alla lunghezza della corda che deve essere maggiore della distanza

tra i due bastoni. Posizionando il gesso o il pennarello nella piega della corda si può tracciare il contorno dell'ellisse. Questa costruzione risulta particolarmente interessante poiché si può modificare la forma dell'ellisse cambiando la distanza tra i due bastoni: più si avvicinano a parità di lunghezza della corda più l'ellisse diventa meno schiacciata (in matematica si direbbe eccentrica), più si allontanano più diventa schiacciata. Quando i due bastoni coincidono in un punto si ottiene un cerchio. Il cerchio rappresenta infatti un caso particolare di ellisse. Quando invece i due bastoni si allontanano al limite consentito dalla corda l'ellisse si appiattisce fino a diventare un segmento.

Dopo aver vissuto l'esperienza in grandi dimensioni, si può proporre un'attività analoga da realizzare in aula utilizzando puntine, filo e matita.



La scheda per gli allievi "Triangoli, ellissi e mandala" può essere proposta per lavorare con la costruzione dell'ellisse con il filo e per riconoscere i diversi tipi di triangoli che si individuano a mano a mano che si disegna l'ellisse. Tutti questi triangoli hanno lo stesso perimetro ma area variabile. Per un approfondimento riguardo ai triangoli che si possono identificare con questa costruzione si veda la pratica didattica "I triangoli e le loro classificazioni".



Caccia all'ellisse

Analogamente a quanto fatto per il cerchio si può organizzare una caccia all'ellisse con le modalità descritte in precedenza. Essendo questa figura meno comune da identificare potrebbe essere utile guidare la caccia fornendo delle immagini di piazze particolari come quella di Bagnacavallo (Emilia Romagna) o quella di Lucca (Toscana), oppure di particolari edifici come il National Centre for the Performing Arts di Pechino (Cina) o l'Arena di Nîmes (Francia). Se si è trattato il sistema solare si può anche far riferimento alle orbite dei diversi corpi celesti che si muovono intorno al sole e riprodurlo in classe.

Un'altra esperienza che si può proporre per identificare delle ellissi consiste nel proiettare un fascio di luce di una torcia su una superficie piana come un muro o un banco. A seconda di come si posiziona la torcia, cambia la forma individuata



dal fascio di luce sulla superficie: se la torcia è perpendicolare al piano su cui si proietta, il fascio di luce crea un cerchio, mentre se si inclina leggermente la torcia si crea un'ellisse. Gli allievi potrebbero esplorare le diverse figure che vengono identificate dal fascio di luce stando attenti a non inclinare troppo la torcia, momento in cui il fascio di luce perde il contorno chiuso diventando prima una parabola e poi un'iperbole, figure del piano che non vengono trattate alla scuola elementare.



Verso la misura del contorno del cerchio e dell'ellisse

Dopo aver trattato cerchio, circonferenza ed ellisse riflettendo sulle caratteristiche che ne determinano la forma e le proprietà matematiche, si possono proporre delle attività propedeutiche all'introduzione della formula della lunghezza della circonferenza (che verrà affrontata alla scuola media).

Si possono inizialmente sfidare gli allievi a trovare la lunghezza del contorno di alcuni cerchi ed ellissi in cartoncino, meglio se ritagliati da un cartoncino spesso o da un cartone. Essendo un contorno curvo, gli allievi non riusciranno a misurarlo con la riga, ma potranno utilizzare altri materiali forniti dal docente o presenti in aula trovando strategie alternative per trovare la sua lunghezza. Una è quella di far aderire un filo lungo i contorni delle figure e, dopo averlo ritagliato e disteso, misurarlo con la riga.



Verso le relazioni tra lunghezza del diametro e della circonferenza

Dopo aver provato la tecnica del filo per misurare i contorni di cerchi ed ellissi si può focalizzare l'attenzione sulle relazioni tra le lunghezze dei diametri e della circonferenza lavorando con materiale concreto e lasciando la trattazione delle formule e del pi greco al livello scolastico successivo.

Dopo aver fornito agli allievi dei cerchi in cartone spesso e del filo, si chiede di tagliare un pezzo di filo della lunghezza del diametro. La richiesta permette di applicare delle conoscenze acquisite in precedenza, come il fatto che per trovare il diametro (senza poter piegare il cerchio e quindi trovare il centro) si deve ricercare la corda più lunga. Una volta tagliato il filo si può chiedere di capire quali siano le relazioni tra le lunghezze del pezzo di filo ricavato e la lunghezza della circonferenza. Si consiglia di lasciar sperimentare

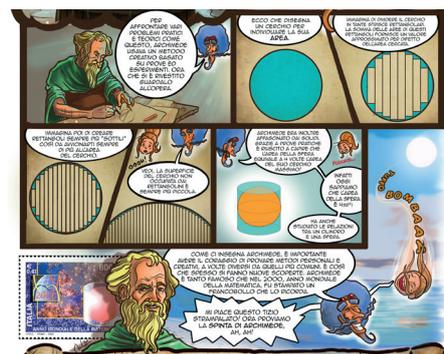
gli allievi incoraggiandoli a trovare varie strategie per risolvere il compito, utilizzando il materiale presente in aula. Alcuni allievi potrebbero ritagliare un filo pari alla lunghezza della circonferenza e poi riportare il filo corrispondente al diametro per vedere quante volte ci sta, altri invece potrebbero decidere di ritagliare diverse volte un filo della misura del diametro e incollarlo lungo il contorno. Al termine dell'attività si può riflettere insieme agli allievi sul fatto che la misura del diametro si riesce a riportare tre volte e un po' nella misura della circonferenza. Al termine della discussione si può anticipare che il rapporto tra circonferenza e diametro equivale a pi greco, numero irrazionale che verrà trattato alla scuola media. Per un approfondimento si può vedere il video ["Televendita del pi"](#) della raccolta ["Matematicando Ciak!"](#).



Verso la misura dell'area del cerchio e dell'ellisse

Anche l'area del cerchio, come la misura della circonferenza e il pi greco, verrà trattata alla scuola media, ma può essere affrontata a livello intuitivo già negli ultimi mesi di scuola elementare.

Per iniziare a riflettere sull'area di figure con un contorno curvilineo come cerchio ed ellisse, si possono proporre delle attività con materiale manipolabile in cui si approssima l'area per eccesso e per difetto. Si può proporre ad esempio di ricoprire l'area di un cerchio tracciato a terra con dei fogli o delle parti di foglio come unità di misura non convenzionali. Inizialmente si può cercare di ricoprire il più possibile l'interno della curva, successivamente si può proporre di provare a uscire dal cerchio ma il meno possibile. La misura dell'area del cerchio sarà più grande della prima misurazione ma più piccola della seconda, in un'approssimazione sempre maggiore a seconda della dimensione dell'unità di misura scelta. Lo stesso può essere fatto in piccolo all'interno di un foglio. Per una lettura piacevole che tocca questo tema si veda il fumetto ["Archimede"](#) della raccolta ["Matematici a fumetti"](#).





TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (I CICLO)

L'allievo:

- riconosce, denomina e descrive le più comuni figure del piano e dello spazio, oltre a semplici relazioni e strutture legate alla lettura della realtà che lo circonda;
- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto all'apprendimento quando si affrontano esperienze relative alla matematica.

TRAGUARDI DI COMPETENZA PREVALENTI (II CICLO)

L'allievo:

- riconosce, denomina, descrive e rappresenta figure (del piano e dello spazio), relazioni e strutture legate all'interpretazione della realtà o a una loro matematizzazione e modellizzazione;
- classifica le principali figure del piano in base a caratteristiche geometriche;
- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- utilizza strumenti, convenzionali e non,

per affrontare una situazione, in particolare strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra) e strumenti di misura (metro, contenitore graduato, goniometro ecc.);

- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, tramite esperienze significative che gli permettano di cogliere in che misura gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

COLLEGAMENTI CON ALTRE DISCIPLINE



Area lingue



Area arti



Area motricità

COMPETENZE TRASVERSALI

- Comunicazione (identificazione scopo e destinatario, ideazione-pianificazione, elaborazione, revisione, atteggiamento comunicativo, sensibilità al contesto).
- Pensiero riflessivo e critico (riconoscimento bisogno, analisi/comprendimento, ricerca delle connessioni, interpretazione/giudizio, autoregolazione, considerazione risorse e vincoli, riconoscimento diversi punti di vista).
- Tecnologie e media.

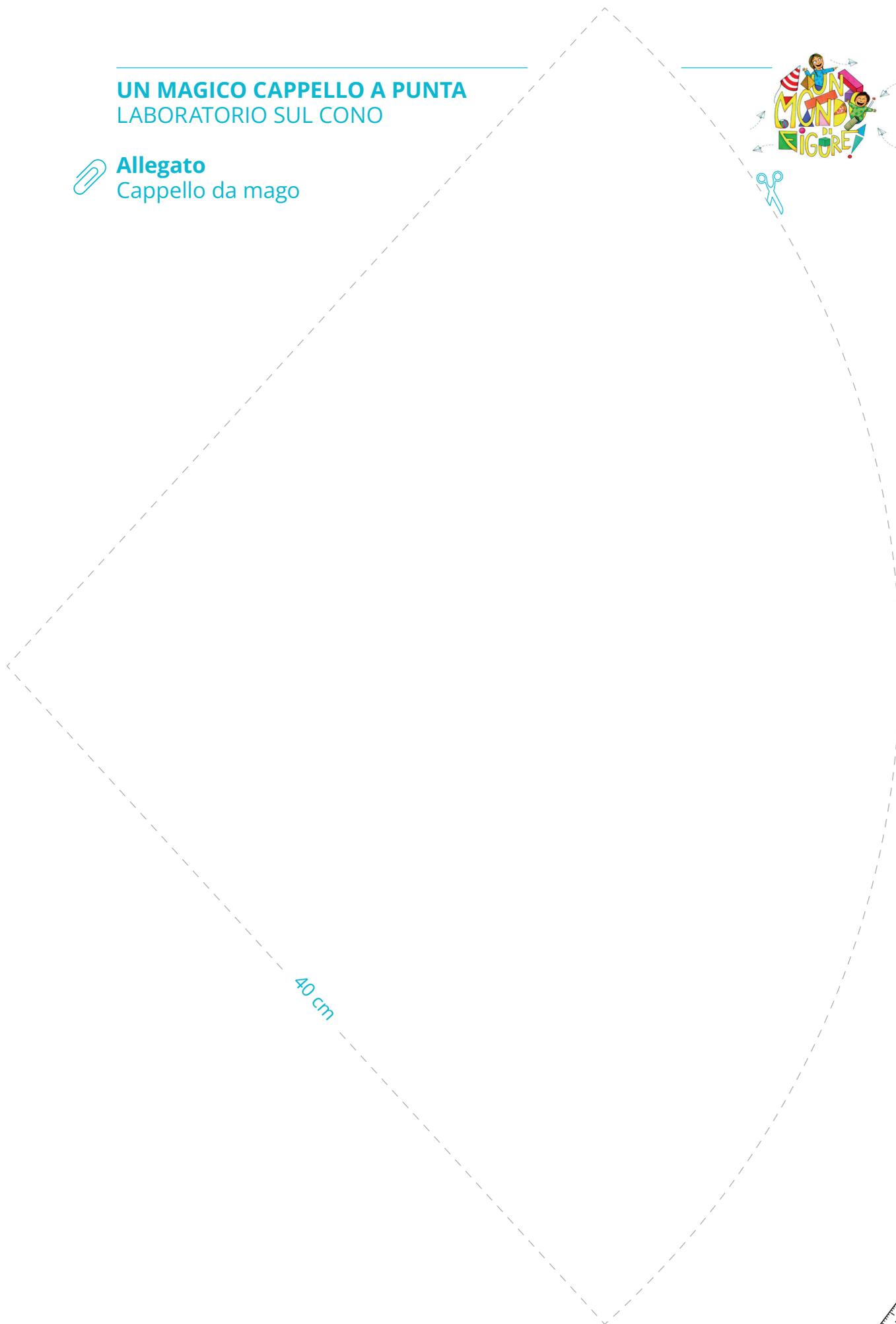
FORMAZIONE GENERALE

Cittadinanza, culture e società.

Scelte e progetti personali.

UN MAGICO CAPPELLO A PUNTA
LABORATORIO SUL CONO

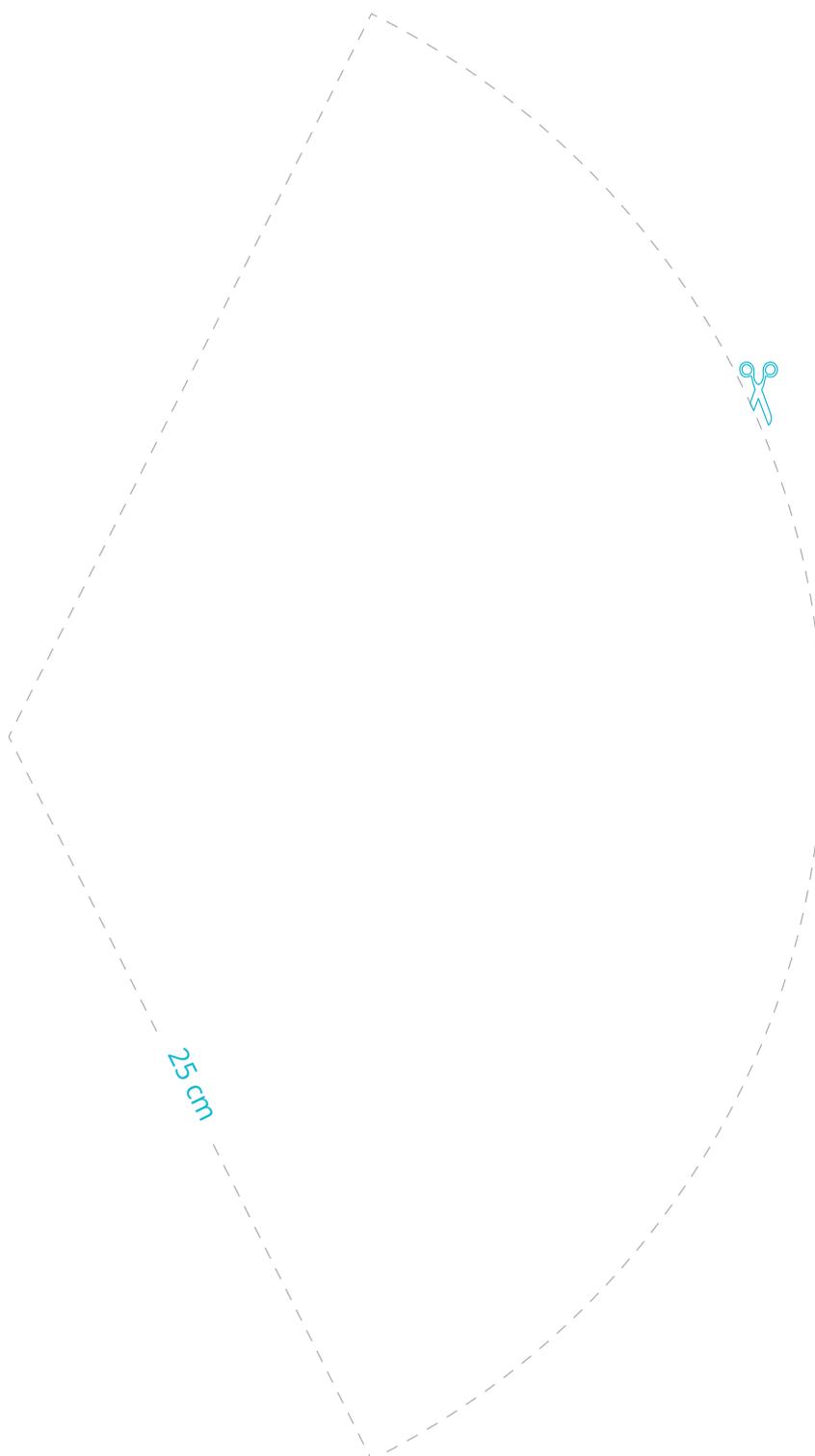
 **Allegato**
Cappello da mago



UN MAGICO CAPPELLO A PUNTA
LABORATORIO SUL CONO



 **Allegato**
Cappello da Pinocchio o da festa



UN MAGICO CAPPELLO A PUNTA
LABORATORIO SUL CONO



 **Allegato**
Cappello da raccoglitore di riso

